

11 - Теоретическая физика. Математическая физика

Синюков Сергей Александрович, магистрант 1 года обучения
Томск, Томский государственный университет, физический

Влияние релаксации и нелокальности на формирование структур в некоторых кинетических моделях

Шаповалов Александр Васильевич, д.ф.-м.н.

e-mail: ssaykmh@yandex.ru

стр. 9

Влияние релаксации и нелокальности на формирование структур в некоторых кинетических моделях

Синюков Сергей Александрович

Кулагин Антон Евгеньевич, Шаповалов Александр Васильевич

Томский государственный университет

Шаповалов Александр Васильевич

ssaykmh@yandex.ru

В данной работе рассмотрено влияние релаксации в двух нелокальных моделях.

Первая модель описывает кинетические процессы в нелокальной популяционной модели, описываемой обобщенным одномерным уравнением Фишера–КПП с нелокальными конкурентными потерями в условиях слабой диффузии

$$u_t(x,t) = D\tilde{D}_a(t)u_{xx}(x,t) + a(t)u(x,t) - \kappa u(x,t) \int_{-\infty}^{\infty} b(x,y,t)u(y,t)dy, \quad (1)$$

где u_t , u_{xx} – частные производные по соответствующим переменным; $D\tilde{D}_a(t)$ – коэффициент диффузии; кинетический коэффициент $a(t)$ характеризует темп воспроизведения популяции в общем случае зависящий

от t ; κ – параметр нелинейности; интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} b(x,y,t)u(y,t)dy$ описывает нелокальные конкурентные потери, в котором $b(x,y,t)$ (функция влияния) определяет степень нелокальности взаимодействия в популяции.

Во второй модели рассматриваются кинетические процессы в двумерной нелокальной версии модели активной квазинейтральной плазмы на парах металлов, описываемой кинетическим уравнением с нелокальной кубичной нелинейностью

$$\begin{aligned} \partial_t u(\vec{x},t) = & D\tilde{D}_a(t)\Delta u(\vec{x},t) + a(\vec{x},t)u(\vec{x},t) - \\ & - \kappa u(\vec{x},t) \int_{R^2} d\vec{y} \int_{R^2} d\vec{z} b(\vec{x},\vec{y},\vec{z},t)u(\vec{y},t)u(\vec{z},t). \end{aligned} \quad (2)$$

где в уравнении (2) оператор Лапласа в декартовых координатах обозначен Δ , $\partial_t = \partial/\partial t$; κ – параметр нелинейности; выражение $D\tilde{D}_a(t)$ задает коэффициент амбиполярной диффузии; функция $a(\vec{x},t)$ определяется кинетическим коэффициентом процесса ионизации нейтральных атомов и их концентрацией и полагается заданной; ядро интеграла в (2), $b(\vec{x},\vec{y},\vec{z},t)$, где $\vec{x},\vec{y},\vec{z} \in R^2$, пропорционально плотности вероятности тройной рекомбинации при столкновении иона с двумя электронами и будет задаваться в виде модельных функций.

Опираясь на сходство уравнений (1) и (2), с помощью численных методов показано, что при специальном выборе параметров уравнения (2) построенные численные решения демонстрируют формирование пространственно-временных двумерных кольцевых неоднородностей концентрации ионов

$u(\vec{x}, t)$, подобных одномерным паттернам в случае уравнения (1). Для этого получены структуры для уравнения Фишера–КПП при выборе специально подобранных значений параметров. Затем для параметров уравнения (2) близких параметрам уравнения (1) построены численные решения уравнения (2), которые также демонстрируют формирование структур.

Также дополнительно было проведено исследование влияния релаксации на формирование структур. Для кинетического уравнения (2) релаксация является составной частью модели динамики активной среды. Таким образом, совместное исследование уравнений (1) и (2) взаимно дополняет и расширяет исследование структур в обеих нелокальных реакционно-диффузионных моделях.

Список публикаций:

- [1] Murray J.D. *Mathematical Biology. I. An Introduction (Third Edition)*. – New York; Berlin; Heidelberg: Springer Verlag, 2001.
- [2] Ванг В.К. *Диссипативные структуры в реакционно-диффузионных системах. Эксперимент и теория*. – М.: Изд-во «ИКИ», 2008.
- [3] Nicolis G., Prigogine I. *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*: – N. Y.: Wiley, 1977.
- [4] Fuentes M.A., Kuperman M.N., Kenkre V.M. *Nonlocal interaction effects on pattern formation in population dynamics* // *Phys.Rev.Lett.* – 2003. – V. 91. – P. 158104-1–158104-4.
- [5] Трифонов А.Ю., Шаповалов А.В. *Одномерное уравнение Фишера-Колмогорова с нелокальной нелинейностью в квазиклассическом приближении* // *Известия вузов, Физика*. – 2009. – Т.52. – №.9. – С.14–23.
- [6] Levchenko E.A., Shapovalov A.V., Trifonov A.Yu. *Pattern formation in terms of semiclassically limited distribution on lower dimensional manifolds for the nonlocal Fisher–Kolmogorov–Petrovskii–Piskunov equation*//*J. Phys. A: Math. Theor.* – 2014. – V.47. – article ID: 025209. 20 pp.
- [7] Kulagin A.E., Shapovalov A.V. *Semiclassical approach to a nonlocal kinetic model of active optical systems*// *Mathematics*. – 2021. –V. 9. – № 23. –article ID: 2995. 16 pp.
- [8] Torgaev S.N., Kulagin A.E., Evtushenko T.G., Evtushenko G.S. *Kinetic modeling of spatio-temporal evolution of the gain in copper vapor active media* // *Optics Communications*. –2019. – V. 440. – P. 146–149.