

1-Теоретическая физика

Балханов Василий Карлович, м.н.с.

Отдел физических проблем при Президиуме Бурятского НЦ СО РАН, Отдел физических проблем

Две аксиомы фрактального исчисления. Введение фрактальных интегралов и дифференциалов.

Приложение.

Научный руководитель: Башкуев Юрий Буддич, д.т.н., зав. лаборатории геоэлектромагнетизма, Отдел физических проблем

Адрес: 670047, Улан-Удэ, ул. Сахьяновой, 6

Телефон: (3012) 43-32-10

E-Mail: lab@rgp.bsc.buryatia.ru стр. 53

Головня Александр Александрович, 5 курс

Красноярский Государственный Университет, физический

Осцилляции магнитосопротивления и проводимость в двумерном полупроводниковом кольце в присутствии спинорбитального взаимодействия

Научный руководитель: Булгаков Евгений Николаевич, к.ф.- м.н., доцент, КГУ

Адрес: г. Красноярск, ул.Копылова 76 - 33

E-Mail: algol@krasu.ru стр. 54

Гусаревич Евгений Степанович, аспирант 2-го года обучения

Поморский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова, физический

Дифференциальные и полные сечения однократной и двойной ионизации атомов ударом тяжёлого релятивистского структурного иона.

Научный руководитель: Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н., профессор, зам. декана по научной работе,

Поморский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова

Адрес: 163060 г. Архангельск пр. Дзержинского, д. 1, корп. 3, кв. 87

Телефон: (8182) 46-15-29

E-Mail: gusarevich.eugeny@pomorsu.ru стр. 56

Довгополик Владимир Михайлович, аспирант 1-го года обучения

Санкт-Петербургский Государственный Морской Технический университет, естественно-научный

Оптимизация алгоритма поиска решения обратной задачи динамического светорассеяния

Научный руководитель: Клюбин Владимир Владимирович, д.ф.-м.н., преподаватель, Санкт-

Петербургский Государственный Морской Технический университет

Адрес: 195256 Санкт-Петербург ул. Верности 14-3-25

Телефон: (812) 535-63-30

E-Mail: dovgopolik@fromru.com стр. 58

Жуков Константин Геннадьевич, 4 курс

Ростовский Государственный Университет, физический

Исследование новых типов нелинейных динамических режимов в цепочках Ферми-Пасты-Улама.

Часть 2. Анализ устойчивости бушей мод

Научный руководитель: Чечин Георгий Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент,

Ростовский Государственный Университет, факультет физики

Адрес: 344090, Ростов-на-Дону, Зорге, 5

E-Mail: kgz@inbox.ru стр. 60

Лалетин Олег Николаевич, 4 курс

Красноярский Государственный Университет, физический

Распространение электромагнитных волн в одномерных сверхрешетках

Научный руководитель: Игнатченко В. А., д. ф.-м. н., профессор, Институт физики им. Л. В. Киренского СО РАН

Адрес: Красноярск, ул. Красноярский рабочий, д. 61а, кв. 2.

E-Mail: ignatchenko@theorphys.krasn.ru стр. 62

Ломов Владимир Павлович, 5 курс
Иркутский Государственный Университет, физический
Полный пропагатор поля Рарита-Швингера
Научный руководитель: Калошин Александр Евгеньевич, д. ф.-м. н., профессор, Иркутский
Государственный Университет
Адрес: 664075
E-Mail: LoMoVP@yandex.ru стр. 64

Марвин Сергей Владимирович, 6 курс
Уральский Государственный Университет, физический
Каноническое квантование модели Гейзенберга
Научный руководитель: Егоров Рудольф Федорович, Кандидат физико-математических наук, Доцент,
Уральский Государственный Университет
Адрес: 620141, г. Екатеринбург, ул. Софьи Перовской, д. 117, кв. 121
Телефон: (3432)73-04-47
E-Mail: sergmarvin@etel.ru стр. 66

Никифоров Алексей Леонидович, аспирант
Чувашский Государственный Университет, физико-технический
**Взаимодействие линейной цепочки диполей атомов, наведенных электромагнитным
квaziмонохроматичным излучением.**
Научный руководитель: Телегин Геннадий Гаврилович, доктор физ.-мат. наук, профессор, заведующий
кафедрой, Чувашский государственный университет
Адрес: 428023, г. Чебоксары, ул. Гражданская, 86-214
Телефон: (8352) 21-78-46
E-Mail: aspira@chuvsu.ru стр. 68

Пашев Игорь Николаевич, 5 курс
Поморский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова, физический
**Ионизация К-оболочки квазирелятивистского водородоподобного атома при столкновении с
релятивистским структурным высокозарядным ионом**
Научный руководитель: Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н., профессор, зам. декана по научной работе,
Поморский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова
Адрес: 163062 г. Архангельск ул. Воронина, д.30, корп. 2, к. 710
E-Mail: pashev.igor@pomorsu.ru стр. 69

Попов Андрей Валерьевич, 4 курс
Алтайский Государственный Университет, физико-технический
Атомы в поле большой мощности. Фотоконденсация бериллия
Адрес: ул. Дёповская, дом 15, корпус 2, квартира 148, г. Барнаул, 656015
Телефон: (3852) 62-64-43
E-Mail: andrey_popov@barnaul.ru стр. 71

Прокофьев Владимир Васильевич, аспирант
Красноярский Государственный Университет, физический
Новый подход к моделированию астрофизических объектов
Научный руководитель: Баранов Александр Михайлович, д.физ.-мат. наук, Профессор, КрасГУ
Адрес: 660124 Красноярск, ул. Борисевича, д. 13, кв. 129
E-Mail: asiri@mail.ru стр. 72

Рюмин Павел Иванович, аспирант
Тюменский Государственный Университет, физический
Фрактальная интерполяция двумерных полей
Научный руководитель: Аринштейн Эдуард Абрамович, доктор физико-математических наук,
профессор, Тюменский Государственный Университет
Адрес: 625003, Тюмень, ул. Кирова, д. 46, кв. 14
E-Mail: stopkin@mail.ru стр. 74

Рябов Денис Сергеевич, 4 курс
Ростовский Государственный Университет, физический
Исследование новых типов нелинейных динамических режимов в цепочках Ферми-Пасты-Улама. Часть 1. Способы возбуждения бушей мод
Научный руководитель: Чечин Георгий Михайлович, кандидат физико-математических наук, доцент,
Ростовский Государственный Университет, физический факультет
Адрес: 344090, Ростов-на-Дону, Зорге, 5
E-Mail: dryabov@yandex.ru стр. 76

Серебрякова Татьяна Леонидовна, аспирант 3-его курса
Алтайский Государственный Университет, физико-технический
Угловые распределения электронов в атмосферных ливнях, образованных гамма-квантами сверхвысоких энергий.
Научный руководитель: Пляшешников Александр Васильевич, д. физико-математических наук, профессор, Алтайский Государственный Университет, Физико-Технический Факультет
Адрес: 656099 Алтайский край г.Барнаул ул. Ленина – 61
Телефон: (3852) 36-70-75
E-Mail: serebryakova@theory.dcn-asu.ru стр. 78

Скрябин Юрий Трофимович, 5 курс
Якутский Государственный Университет, Физико-Технический Институт, физический
Моделирование динамики пучка электронов, эмитированных с ограниченной поверхности полевого электронного катода
Научный руководитель: Яковлев Борис Васильевич, профессор, д.ф.-м.н., ЯГУ ФТИ, кафедра теоретической физики
Адрес: 677000 Якутск, ул.П.Алексеева 21/3 кв.22
E-Mail: youra999@rambler.ru стр. 80

Слепцова Ирина Гавриильевна, 4 курс
Якутский Государственный Университет, Физико-Технический Институт, физический
Исследование электрогравитационной самополяризации проводников методом мультипольной параметризации вариационного принципа Дирихле.
Научный руководитель: Степанов Валерий Егорович, д.ф.-м.н, зав.кафедрой, профессор, ЯГУ,ФТИ,ФФ Кафедра основ ядерной физики.
Адрес: 677008 г.Якутск ул.Лермонтова 94/1 кв.42
E-Mail: sigira@mail.ru стр. 82

Томаева Светлана Александровна, 5 курс
Ставропольский Государственный Университет, физико-математический
Редукция уравнений Навье-Стокса: уравнение Бюргерса и преобразование Коула-Хопфа (двумерная задача).
Научный руководитель: Игропуло Виталий Стилианович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики, Ставропольский государственный университет
Адрес: 355009 Ставрополь, ул.Пушкина, 1
Телефон: (8652)32-85-61
E-Mail: annblack@yandex.ru стр. 84

Филиппов Владимир Михайлович, аспирант
Стерлитамакский Государственный Педагогический институт, физико-математический
Исследование температурных полей в 3-х слойной среде при воздействии электромагнитного поля
Научный руководитель: Филиппов Александр Иванович, доктор технических наук, профессор, Стерлитамакский государственный педагогический институт
Адрес: Башкортостан, г. Стерлитамак, ул. Дёповская 27, ком. 215.
Телефон: (3473)43-60-97
E-Mail: fvovam@rambler.ru стр. 85

Черная Анна Владимировна, 5 курс
Ставропольский Государственный Университет, физико-математический
Нелинейное уравнение Шредингера и его эталонная модель
Научный руководитель: Игропуло Виталий Стилианович, кандидат физико-математических наук, доцент
кафедры теоретической физики, Ставропольский государственный университет
Адрес: 355009 Ставрополь, ул. Пушкина, 1
Телефон: (8652)94-53-67
E-Mail: annblack@yandex.ru стр. 87

Чулков Андрей Сергеевич, 5 курс
Ставропольский Государственный Университет, физико-математический
Исследование фазового сдвига при взаимодействии солитонов
Научный руководитель: Каплан Лев Григорьевич, доктор физико-математических наук, зав кафедрой
теоретической физики, Ставропольский Государственный Университет
Адрес: 355037 г. Ставрополь, ул. Доваторцев, 31, кв. 13
Телефон: (8652) 77-28-53
E-Mail: chas@s-service.ru стр. 89

Шергин Денис Александрович, 4 курс
Томский Государственный Университет, радиофизический
Дискретные отображения как средство описания пространственного детерминированного хаоса
Научный руководитель: Пойзнер Борис Николаевич, к.ф.м.н, доцент, Томский Государственный
Университет
Адрес: 634063 г. Томск, ул. Новосибирская 43, 96
E-Mail: diesel@public.tsu.ru стр. 90

Две аксиомы фрактального исчисления. Введение фрактальных интегралов и дифференциалов. Приложение.

Балханов Василий Карлович

Отдел физических проблем при Президиуме Бурятского НЦ СО РАН

lab@rgp.bsc.buryatia.ru

В докладе рассматривается предлагаемая система двух аксиом, составляющая основу фрактального исчисления. Первая аксиома является формулой Мандельброта, связывающая степенным образом длину линии L с масштабом измерения δ и фрактальной размерностью D : $L = C \cdot \delta^{1-D}$, здесь C – неопределенный множитель, свой для каждой линии. В ней водятся, собственно, сама длина, масштаб измерения и определяется фрактальная размерность. Вторая аксиома, которую можно назвать условием самоподобия, говорит, что как вся линия, так и каждый ее любой участок, обладают одной и той же фрактальной размерностью. Самоподобие тогда означает, что для измерения длины $\lambda \cdot L$ достаточно использовать масштаб $\lambda \cdot \delta$. Математически вторая аксиома выглядит следующим образом: $\lambda \cdot L = C \cdot (\lambda \cdot \delta)^{1-D}$. Система аксиом связывает две из трех величин, одну из них оставляя произвольной. Фактически, фрактальную размерность можно определить только либо опытным путем, либо из теории, рассматривающей детальный механизм рассматриваемого явления. Предложенная система аксиом позволяет получить все известные на последнее время результаты, относящиеся к фрактальным геометрическим объектам, алгебраическим и иерархическим структурам.

В докладе будет дана альтернативная формулировка аксиом, они бывают полезными при решении различных задач.

Дальнейшее развитие предлагаемых аксиом состоит в введении фрактальных интегралов и дифференциалов. В докладе будет дана одна из возможных схем подобного введения, именно, длину как сумму необходимого числа масштабов определим следующим интегралом:

$$L = \sum \delta = \int \delta d_D \delta.$$

Обратим внимание на то, что значок D , указывающий на фрактальную размерность, пишется снизу дифференциала d . Такое определение фрактального дифференциала указывает на различие с дифференциалом дробного порядка. Для последнего, как известно, $d^D \lambda \delta = \lambda^D d^D \delta$, в то время, как для фрактального дифференциала $d_D \lambda \delta = \lambda^{-D} d_D \delta$. Далее в докладе показывается вычисление фрактальных интегралов и дифференциалов от элементарных функций.

Важнейшим примером применения фрактального исчисления является рассмотрение фрактальных разветвленных структур, к которым относятся дельты рек Селенги и Волги, стримерные каналы, образующиеся при коронном разряде в диэлектрических подложках, к последним относятся и молнии в атмосфере Земли. Такие разнородные объекты как дельты рек и стримерные каналы только подчеркивают универсальность фрактального подхода к их изучению. Прямыми измерениями (с

помощью циркуля) было найдено, что размерности дельты Селенги и Волги равны 1.38 и 1.72 соответственно. Большее значение размерности дельты Волги указывает на более богатую структуру разветвления русловых рукавов.

Если фрактальную структуру ограничить некоторой замкнутой областью, то множество, образованное пересечением фрактальной структурой и границей области, будет канторовской, обладающим своей размерностью ν . С изменением размеров области будет меняться и канторовское множество (число пересечений), это позволяет измерить размерность ν . Так, для дельты Селенги и Волги размерности оказались равны 0.74 и 1.44 соответственно. Правила фрактального дифференцирования позволяют связать обе размерности: D и ν , оказывается $\nu = 2(D - 1)$. Легко видеть, что измеренные выше размерности удовлетворяют приведенной формуле.

Список публикаций:

- [1] Балханов В.К. Вычисление фрактальной размерности. // *Материалы международной конференции (28-30 июня 2000) : Математика в восточных регионах Сибири.* – Улан-Удэ.: Изд-во Бурятского государственного университета, 2000. С.71-72.
- [2] Балханов В.К. Введение в теорию фрактального исчисления. - Улан-Удэ.: Изд-во Бурятского государственного университета, 2001. 58 с.
- [3] Балханов В.К., Башкуев Ю.Б. Фрактальные разветвленные структуры. Дельта реки Селенга // *Горный информационно – аналитический бюллетень*, 2002. № 4. С. 21-23.
- [4] Балханов В.К. Дельта реки Селенга // *Математика. Сб. ст. Вып. 3.* – Улан-Удэ.: Изд-во БГУ. 2002. С. 13-18.
- [5] Балханов В.К. Экологические аспекты дельты реки Селенга, фрактальный подход // *Мат-лы между. научно-практ. конф. "Актуальные проблемы экологии"*, Караганда: КарГУ, 2002, с. 182-185.
- [6] Божокин С.В., Паришин Д.А. Фракталы и мультифракталы. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", - 2001. 128 с.
- [7] Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. – М.: Ижевск, 2001, 528 с.
- [8] Федер Е. Фракталы. - М.: Мир, 1991, 262 с.

Осцилляции магнетосопротивления в одномерном полупроводниковом кольце в присутствии спин-орбитального взаимодействия

Головня Александр Александрович
Красноярский Государственный Университет
Булгаков Евгений Николаевич, к.ф-м.н.
algol@krasu.ru

В данной работе ставятся задачи теоретического изучения осцилляций магнетосопротивления одномерных мезоскопических колец, находящихся под влиянием спин-орбитального взаимодействия. Такие осцилляции недавно экспериментально обнаружены в работе [1].

Для простоты ограничимся одномерной моделью кольца, что является хорошим приближением, если длина волны Д'Бройля много меньше радиуса кольца.

Гамильтониан одномерного кольца имеет вид [2]:

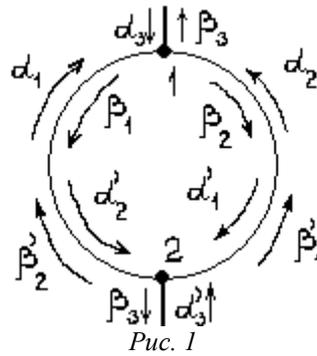
$$\hat{H} = \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial S} + \frac{\beta}{2} \left(\hat{\sigma}_x \cos \frac{S}{R} + \hat{\sigma}_y \sin \frac{S}{R} \right) - \mu \right)^2 - \frac{\beta^2}{4} \quad (1)$$

где S - текущая координата точки кольца, β - безразмерная константа спин-орбитального взаимодействия, μ - магнитный поток через кольцо. В условиях эксперимента, β изменяется в пределах $[0,10]$.

Уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) на дуге кольца имеет аналитическое решение:

$$\Psi^{(\pm)} = \begin{pmatrix} A^{(\pm)} e^{iks} \\ B^{(\pm)} e^{i(k-k_0)S} \end{pmatrix}, k_0 = \frac{1}{R} \quad (2)$$

Как показано в [3], картина распространения волн в кольце (рис. 1) может быть описана на языке трансферматриц (S, S_R, S_L) , имеющих явное аналитическое представление.



А именно:

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \beta_1' \\ \beta_2' \\ \beta_3' \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} \alpha_1' \\ \alpha_2' \\ \alpha_3' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \hat{S}_R \begin{pmatrix} \beta_2 \\ \beta_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \alpha_2' \\ \alpha_1' \end{pmatrix} = \hat{S}_L \begin{pmatrix} \beta_2' \\ \beta_1' \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} a & b & \sqrt{\xi} \\ b & a & \sqrt{\xi} \\ \sqrt{\xi} & \sqrt{\xi} & -\sqrt{1-2\xi} \end{pmatrix}, a = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\xi} - 1) \quad (4)$$

$$b = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\xi} + 1)$$

S_R, S_L - трансферматрицы волн соответственно в правой и левой части кольца, S - трансферматрица для точек контактов, $\{\alpha_i, \beta_i\}$ - амплитуды волн в контактах. Магнетосопротивление рассчитывалось по формуле

$$\rho = \left. \frac{\partial I}{\partial \mu} \right|_{\mu=0} \quad (5)$$

где I - электронный ток на выходе 2 (рис. 1).

На рисунке (рис. 2) приведен результат расчетов магнетосопротивления для одномерного кольца. Магнетосопротивление осциллирует как функция константы спин-орбитального взаимодействия, с периодом примерно соответствующим тому, который наблюдался в эксперименте [1].

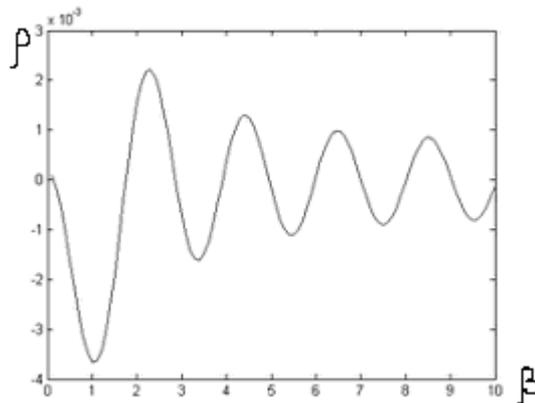


Рис. 2

Список публикаций:

- [1] Nitta J., Koga T., Takayanaga H., *Physica E*12, 753(2002)
- [2] Qian T.-Z., Yi Y.-S., Su Z.-B., *Phys.Rev.*B55, 4065(1997)
- [3] Bulgakov E.N., Sadreev A.F., *Phys.Rev.*B66, 075331(2002)

Дифференциальные и полные сечения однократной и двойной ионизации атомов ударом тяжёлого релятивистского структурного иона

Гусаревич Евгений Степанович

Поморский Государственный Университет

Матвеев Виктор Иванович, д.ф.-м.н.

gusarevich.eugeny@pomorsu.ru

При исследовании столкновений многозарядных релятивистских структурных ионов с атомами особую роль играет изучение явления эмиссии из атома мишени одного или нескольких электронов. Здесь и далее под структурными ионами подразумеваются ионы, содержащие на своих оболочках некоторое количество связанных электронов. При описании эмиссии электронов из атома мишени поле экранированного иона обычно рассматривают как поле точечного заряда. Однако непосредственные оценки показывают, что учёт протяжённости заряда иона может заметно изменить величины соответствующих сечений ионизации. Поэтому для более точного описания эмиссии атомных электронов при столкновении с многозарядным релятивистским структурным ионом последний должен рассматриваться как распределённый в пространстве заряд.

В данной работе рассмотрены столкновения релятивистских структурных многозарядных ионов с атомами водорода и гелия с последующей их ионизацией. Для указанного типа реакций получены распределения электронов, образующихся во время эмиссии из атома мишени, по их энергиям и компонентам импульса и, кроме того, получены выражения для полных сечений однократной ионизации атома водорода, а также однократной и двойной ионизации атома гелия при столкновении с релятивистскими структурными многозарядными ионами. Для расчёта дифференциальных и полных сечений однократной и двойной ионизации вышеуказанных атомов применялся непертурбативный подход, основанный на

приближении эйконала и методе сшивки, учитывающий пространственную протяжённость заряда налетающих ионов.

При столкновении движущегося со скоростью V релятивистского структурного тяжёлого иона с атомом водорода поле, создаваемое частично экранированным ионом с зарядом ядра Z , содержащим N_i электронов на своих оболочках, будем описывать комбинацией кулоновского потенциала и потенциала Юкавы с параметром экранирования λ [1]. Применяя малоугловое эйкональное приближение и метод сшивки, получим дифференциальное сечение эмиссии электрона с энергией $\varepsilon_k = k^2/2$ из атома водорода (здесь и везде ниже используются атомные единицы)

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_k} = 8\pi \frac{Z^{*2}}{V^2} k \lambda_k \left(\ln \frac{2\alpha_k V^2}{\eta Z^* \omega_k \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right), \quad (1)$$

где k – импульс вылетевшего электрона, $Z^* = Z - N_i$ – видимый заряд иона, $\eta = 1,781$, $\beta = V/c$ (c – скорость света), коэффициент α_k зависит от Z , N_i , V и k , а λ_k и ω_k – только от k . Интегрируя (1) по энергии ε_k вылетевшего электрона, получим полное сечение ионизации атома водорода при столкновении с релятивистским структурным многозарядным ионом (см. [2,3]).

Аналогичные выражения могут быть получены для дифференциальных сечений однократной и двойной ионизации атома гелия при столкновении с релятивистскими структурными многозарядными ионами, а именно

$$\frac{d\sigma^{1+}}{d\varepsilon_k} = 16\pi \frac{Z^{*2}}{V^2 Z_1^5} k \lambda_{\tilde{k}} \left(\ln \frac{2\alpha_{\tilde{k}} V^2}{\eta Z^* Z_1 \omega_{\tilde{k}} \sqrt{1-\beta^2}} - \frac{\beta^2}{2} \right) - 2 \frac{d\sigma^{2+}}{d\varepsilon_k}, \quad (2)$$

$$\frac{d\sigma^{2+}}{d\varepsilon_{k_1}} = \int d^2\mathbf{b} \iint |\langle \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2 | \exp\{i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)\} | 0,0 \rangle|^2 d^3\mathbf{k}_2 k_1 d\Omega_{\mathbf{k}_1}, \quad (3)$$

где $\tilde{k} = k/Z_1$, Z_1 – эффективный заряд для одноэлектронных переходов, $|0,0\rangle$ и

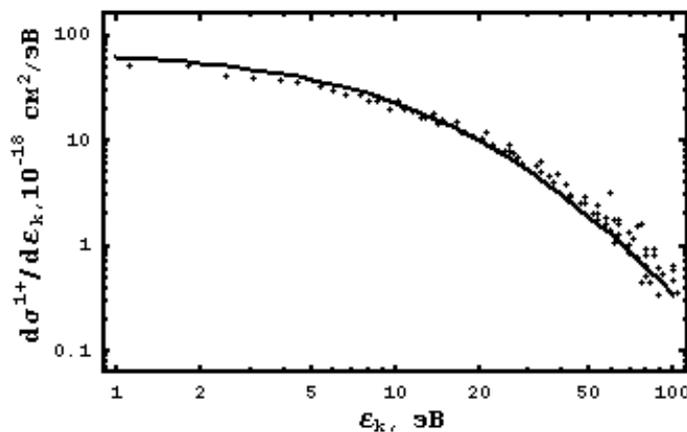


Рис. 1

$|\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2\rangle$ – волновые функции начального и конечного состояний атома гелия, \mathbf{q} – импульс, передаваемый атомным электронам при столкновении со структурным ионом. Полные сечения однократной и двойной ионизации получаются из (2) и (3) интегрированием по всем энергиям вылетевшего электрона (см. [2,3]).

На рис. 1 и 2 приведён расчёт по формуле (2) энергетических спектров электронов, образующихся при однократной ионизации атома гелия релятивистскими ионами урана, движущимися с энергией 1

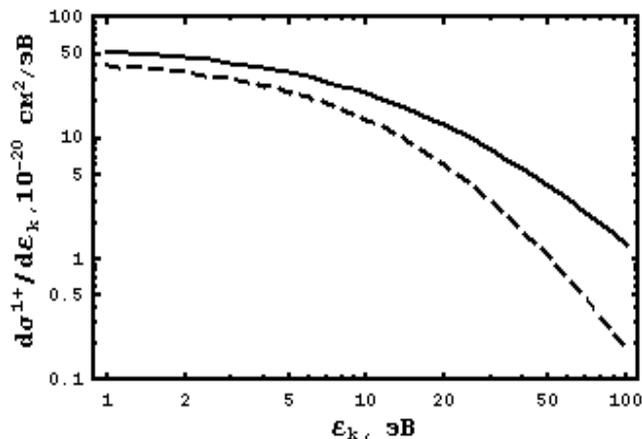


Рис. 2

ГэВ/нуклон. Рис. 1 соответствует столкновению атома гелия с голым ионом U^{92+} (точки – эксперимент). Рис. 2 соответствует столкновению атома гелия со структурным ионом U^{6+} (сплошная линия – ион описывается как протяжённый заряд, пунктир – как точечный).

Из рис. 2 видно, что учёт протяжённости заряда иона приводит к возрастанию эмиссии.

Автор благодарен РФФИ за финансовую поддержку работы.

Список публикаций:

- [1] Brandt W., Kitagawa M. // *Phys.Rev.* 1982, V. B25, P. 5631.
- [2] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С. // *Письма в ЖТФ*, 2002, т. 28, № 12, с. 19-26.
- [3] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С. // *ЖЭТФ*, 2003, т. 123, № 1, с. 42-48.

Оптимизация алгоритма поиска решения обратной задачи динамического светорассеяния

Довгополик Владимир Михайлович
Санкт-Петербургский Государственный
Морской Технический Университет
Клюбин Владимир Владимирович д. ф-м. н
dovgopolik@fromru.com

Отличный от нуля параметр регуляризации в обобщенной невязке А. Н. Тихонова позволяет за конечное время итераций найти приемлемое решение обратной задачи динамического светорассеяния. Но измерение автокорреляционной функции (или спектра) фототока происходит в конечном количестве точек, поэтому с теоретической точки зрения заманчивым представляется минимизация следующей невязки для косвенно измеряемой автокорреляционной функции первого порядка рассеянного света:

$$\chi = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} \left\{ \alpha_i + \beta_i \tau - \sum_{j=1}^n A_j \text{Exp}[-G_j \tau] \right\}^2 d\tau + \alpha \sum_{j=1}^n A_j^2, \quad (1)$$

где N -количество измеренных точек корреляционной функции; n -число компонент искомого вектора решения \vec{A} ; A_j -искомые компоненты вектора решения; α -параметр регуляризации, τ -время корреляции; $\alpha_i = \frac{C_i \tau_{i+1} - C_{i+1} \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i}$; $\beta_i = \frac{C_{i+1} - C_i}{\tau_{i+1} - \tau_i}$; (C_i -значения автокорреляционной функции, соответствующие временам задержки τ_i); G_j -полуширины лоренциановских компонент спектра рассеянного света.

Выражение (1) формально похоже на обобщенную невязку Тихонова. Однако в невязке (1) корреляционная функция представляется в виде кусочно-гладкой непрерывной функции. Т. е. все пары соседних точек измеренной корреляционной функции аппроксимируются своими линейными функциями. Похожим образом можно построить невязку, в которой все тройки соседних точек аппроксимируются своими параболоми:

$$\chi = \sum_{i=0}^{N-2} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+2}} \left\{ a_i + b_i \tau + c_i \tau^2 - \sum_{j=1}^n A_j \text{Exp}[-G_j \tau] \right\}^2 d\tau + \alpha \sum_{j=1}^n A_j^2. \quad (2)$$

Минимизация выражения (1) даёт следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно искомым величин A_k :

$$\sum_{j=1}^n A_j \xi_{jk} = \Psi_k, \quad (3)$$

где $\xi_{jk} = \frac{G_k}{G_j + G_k} \left[\sum_{i=0}^{N-1} \left\{ e^{-(G_j+G_k)\tau_{i+1}} - e^{-(G_j+G_k)\tau_i} \right\} - \alpha \delta_{jk} \right]$, (δ_{jk} - символ Кронекера);

$$\Psi_k = \sum_{i=0}^{N-1} \left[\alpha_i (e^{-G_k \tau_{i+1}} - e^{-G_k \tau_i}) + \beta_i \left\{ \tau_{i+1} e^{-G_k \tau_{i+1}} - \tau_i e^{-G_k \tau_i} + \frac{1}{G_k} (e^{-G_k \tau_{i+1}} - e^{-G_k \tau_i}) \right\} \right].$$

Минимизация выражения (2) относительно искомым величин A_k даёт СЛАУ, подобную (3), но только с другими коэффициентами Ψ_k :

$$\Psi_k = \sum_{i=0}^{N-2} \left[a_i (e^{-G_k \tau_{i+2}} - e^{-G_k \tau_i}) + b_i \left\{ \tau_{i+2} e^{-G_k \tau_{i+2}} - \tau_i e^{-G_k \tau_i} + \frac{1}{G_k} (e^{-G_k \tau_{i+2}} - e^{-G_k \tau_i}) \right\} + c_i \left\{ \tau_{i+2}^2 e^{-G_k \tau_{i+2}} - \tau_i^2 e^{-G_k \tau_i} + \frac{1}{G_k} \left(\tau_{i+2} e^{-G_k \tau_{i+2}} - \tau_i e^{-G_k \tau_i} + \frac{1}{G_k} (e^{-G_k \tau_{i+2}} - e^{-G_k \tau_i}) \right) \right\} \right].$$

Но для поиска решения по схеме минимизации невязок (1) и (2), имеющего физический смысл ($A_k \geq 0$), необходимо пользоваться условием итеративной регуляризации, т. е. обнулением появляющихся отрицательных компонент вектора решения A_k в процессе итеративного поиска решения.

Численное тестирование алгоритмов, построенных по классической схеме минимизации невязок (1) и (2) производилось в приложении для Windows - *NewMeth* (Версия 2.3) и среде *Mathematica 4.1*.

По результатам тестирования можно сделать следующие выводы:

1 Скорость нахождения компонент вектора решения в зависимости от числа итераций при решении СЛАУ (3) существенно выше (в 3-4 раза), чем при минимизации классической невязки Тихонова.

2. Использование СЛАУ, соответствующей минимизации невязки (2), не приводит к существенному увеличению скорости нахождения решения по сравнению с решением СЛАУ (3).

3. Установлено, что дальнейшее увеличение степени полинома для аппроксимации соседних точек измеренной корреляционной функции не целесообразно.

4. Хорошая обусловленность СЛАУ (3) по сравнению с СЛАУ, минимизирующей классическую невязку Тихонова, позволяет искать вектор решения, задавая *a priori* $\alpha = 0$, что позволяет добиваться значительно большей разрешающей способности алгоритма решения.

5. Выбор направления итерационного спуска (“вверх” или “вниз”) слабо влияет на найденное решение, в отличие от решения СЛАУ, соответствующей минимизации невязки Тихонова.

Исследование новых типов нелинейных динамических режимов в цепочках Ферми-Пасты-Улама. Часть 2. Анализ устойчивости бушей мод

Жуков Константин Геннадьевич

Рябов Денис сергеевич

Ростовский Государственный Университет

Чечин Георгий Михайлович, к. ф-м. н.

kgz@inbox.ru

В работах [1,2] было введено понятие бушей нормальных мод, которые представляют собой некоторые точные динамические режимы в нелинейных системах с дискретной симметрией, а в работе [3] рассмотрены способы их возбуждения. Бушем называется особый динамический режим, возникающий при задании начальных условий, симметрия которых определяется подгруппой группы симметрии исходной системы в состоянии равновесия. При этом в процесс колебаний обычно оказываются вовлеченными не все нормальные моды, а только весьма ограниченный их набор, сохраняющийся с течением времени. Наборы мод, образующие буши могут быть найдены при помощи теоретико-групповых методов, описанных в работах [1-2].

Как показывает вычислительный эксперимент, буш не при любых амплитудах колебаний является устойчивым. При достижении некоторой критической амплитуды он теряет устойчивость в том смысле, что в колебательный процесс за счет параметрического взаимодействия вовлекаются некоторые не входящие в него моды. При этом исходный буш переходит в другой буш большей размерности, имеющий более низкую симметрию. В связи с этим возникает вопрос об определении областей устойчивости бушей мод по отношению к начальным амплитудам колебаний.

В настоящей работе исследована устойчивость бушей мод в нелинейных одномерных атомных цепочках Ферми-Пасты-Улама, как в FPU- α , так и в FPU- β .

В случае одномерных бушей, которые фактически являются нелинейными нормальными модами, движение является периодическим и для определения зоны

устойчивости можно помимо прямого вычислительного эксперимента применить теорию Флоке. Применение указанной теории позволяет получить результаты с большей точностью и с меньшими затратами машинного времени. Для цепочек с периодическими граничными условиями, состоящих из $N=12$ атомов, в таблице приведены все типы одномерных бушей, их симметрия (в квадратных скобках указаны генераторы групп симметрии бушей), атомные смещения, уравнения движения и границы устойчивости этих бушей (относительно амплитуд атомных смещений).

Для некоторых бушей помимо первой зоны устойчивости, указанной в последнем столбце таблицы, обнаружены и некоторые следующие зоны.

Для случая $N=12*k$ ($k>1$ – натуральное число) граница устойчивости буша мод, вообще говоря, зависит от числа N атомов в цепочке. Для модели FPU- β эта граница уменьшается с ростом N , стремясь к нулю.

Для бушей больших размерностей существенную роль играет начальное распределение энергии между модами, входящими в буш. В работе получены сечения зон устойчивости в фазовом пространстве для двумерных бушей, найденные путем численного решения систем уравнений движения в пространстве атомных смещений. При этом начальные условия выбирались в виде наборов атомных смещений, соответствующих модам буша с различными начальными амплитудами. О потере устойчивости мы судили по факту появления мод, не входящих в исследуемый буш. Полученные сечения позволяют заключить, что границы зон устойчивости имеют нетривиальную структуру. На Рис.1 представлено сечение зоны устойчивости буша $B[4a,i]$ для FPU- α при $N=12$. По осям отложены начальные амплитуды мод буша (начальные импульсы равны нулю). На Рис.2 изображено то же, но с ненулевыми начальными импульсами.

Модель	Буш	Атомные смещения	Уравнения	Граница уст-ти
FPU- α	$B[2a,i]$	$ \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 4\mu = 0$	0.302
	$B[3a,i]$	$ \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 3\mu = 3\alpha\mu^2$	0.203
	$B[4a,ai]$	$ \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 2\mu = 0$	0
FPU- β	$B[2a,i]$	$ \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 4\mu = -\frac{4}{3}\beta\mu^3$	0.112
	$B[3a,i]$	$ \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 3\mu = -9\beta\mu^3$	0.269
	$B[4a,ai]$	$ \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 2\mu = -2\beta\mu^3$	1.162
	$B[4a,i,2au]$	$ \mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, -\mathbf{x}, -\mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 2\mu = -\frac{2}{3}\beta\mu^3$	>20
	$B[6a,ai,3au]$	$ \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{0}, -\mathbf{x}, -\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + \mu = -\beta\mu^3$	0.489
	$B[3a,iu]$	$ \mathbf{x}, -2\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, -2\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, -2\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{x}, -2\mathbf{x}, \mathbf{x} $	$\ddot{\mu} + 3\mu = -27\beta\mu^3$	0.157

Здесь a – трансляция на период атомной цепочки, i – инверсия относительно центра цепочки, u – одновременное изменение знаков всех атомных смещений.



Рис. 1



Рис. 2

Список публикаций:

- [1] В. П. Сахненко, Г. М. Чечин, ДАН **330**, 308 (1993); В. П. Сахненко, Г. М. Чечин, ДАН **338**, 42 (1994).
 [2] G. M. Chechin, V. P. Sakhnenko, *Physica D* **117**, 43 (1998).
 [3] Д. С. Рябов, Тезисы докладов ВНКСФ-9 (2003).
 [4] G. M. Chechin, N. V. Novikova, A. A. Abramenko, *Physica D* **166**, 208 (2002).

**Распространение электромагнитных волн в одномерных
сверхрешетках**

Лалетин Олег Николаевич

Красноярский государственный университет

Игнатченко Вальтер Алексеевич, д. ф-м. н., ИФ СО РАН

ignatchenko@theorphys.krasn.ru

Исследуется распространение электромагнитных волн в одномерной сверхрешетке (SL) с произвольной толщиной границ между слоями мультислойной структуры, модель которой предложена в работе [1]. Согласно этой работе профиль модуляции SL представляется в виде эллиптического синуса Якоби:

$$\rho(z) = \kappa \left(\frac{\mathbf{K}}{\mathbf{K} - \mathbf{E}} \right)^{1/2} \operatorname{sn} \left(\frac{\pi z}{2d} \right), \quad (1)$$

где $d = \pi l / 8\mathbf{K}$ - толщина границы между слоями, l - период SL, \mathbf{K} и \mathbf{E} - полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно, κ - модуль этих интегралов. Удобство этой модели состоит в том, что выражение (1) описывает как два предельных случая: $d/l=0$ при $\kappa=1$ ($\mathbf{K}=\infty$), $d/l=1/4$ при $\kappa=0$ ($\mathbf{K}=\pi/2$), так и все промежуточные состояния. Уравнение для напряженности электрического поля $E(z)$ имеет вид:

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + \mu^2 \varepsilon(z) E(z) = 0. \quad (2)$$

Здесь $\mu = \omega/c$ - частота, нормированная к размерности волнового числа, $\varepsilon(z)$ - периодически модулированная диэлектрическая проницаемость, которую представим в виде:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon [1 + \gamma \rho(z)], \quad (3)$$

где ε - среднее значение диэлектрической проницаемости; γ - величина ее относительной модуляции. Коэффициенты связи между волнами в модифицированной теории связанных волн имеют вид:

$$\kappa_m^\pm = \frac{1}{4l} \int_0^l \frac{dz}{\varepsilon(z)} \frac{d\varepsilon(z)}{dz} \exp(\pm 2i\psi(z) \mp 2i\mu\sqrt{\tilde{\varepsilon}}z \pm imqz), \quad (4)$$

где $\psi(z) = \mu \int_0^z \sqrt{\varepsilon(z')} dz'$, $q = 2\pi/l$ - вектор SL, m - номер брэгговского резонанса, $\sqrt{\tilde{\varepsilon}} = \psi(l)/\mu l$ - среднее значение показателя преломления. Коэффициент отражения R выражается через κ_m^\pm следующим образом:

$$R = \left| \frac{r_1 + E^-(0)/E^+(0)}{1 + r_1 E^-(0)/E^+(0)} \right|^2, \quad (5)$$

где

$$r_1 = \frac{n_1 - \sqrt{\varepsilon(0)}}{n_1 + \sqrt{\varepsilon(0)}}, \quad r_2 = -\frac{n_2 - \sqrt{\varepsilon(L)}}{n_2 + \sqrt{\varepsilon(L)}}, \quad \phi = -(\alpha + 2i\delta)L + 2i\psi(L),$$

$$\frac{E^-(0)}{E^+(0)} = \frac{2sr_2 \exp(-\phi) \cosh sL - [2\kappa_m^- + r_2(\alpha + 2i\delta) \exp(-\phi)] \sinh sL}{2s \cosh sL - [2\kappa_m^+ r_2 \exp(-\phi) - (\alpha + 2i\delta)] \sinh sL}, \quad (6)$$

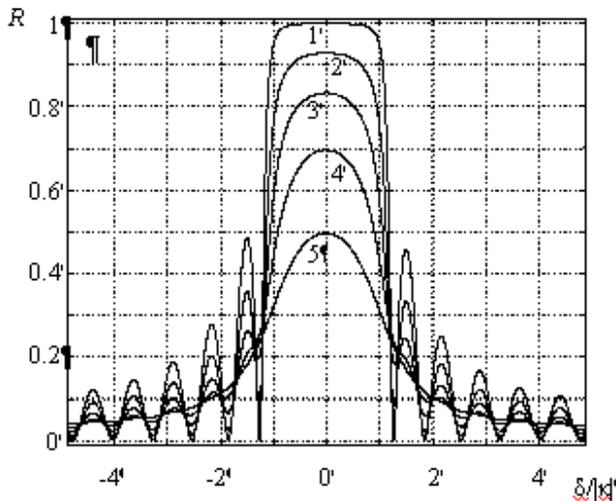


Рис. 1. Коэффициент отражения R для различных значений затухания α , возрастающего с ростом номера кривой.

L - толщина SL, $\delta = \mu\sqrt{\tilde{\varepsilon}'} - mq/2$ - отстройка от центра m -го брэгговского резонанса, $\alpha = \mu\tilde{\varepsilon}''/\sqrt{\tilde{\varepsilon}'}$. На рис. 1 представлена зависимость коэффициента отражения от величины отстройки в окрестности первой зоны Бриллюэна ($m=1$).

Ширина m -ой запрещенной зоны определяется выражением:

$$\Delta\mu_m = \left[\frac{2\sqrt{\kappa_m^+ \kappa_m^-}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}}} \right]_{\varepsilon''=0}. \quad (7)$$

На рис. 2 изображена зависимость ширины запрещенной зоны, рассчитанной по формуле

(7). Графики зависимости $\Delta\mu_m$ от d для нечетных зон Бриллюэна соответствуют графикам работы [1], если в последних заменить частотный параметр ν , соответствующий спиновым волнам, нашим частотным параметром $\mu = (\nu/\varepsilon)^{1/2}$ и соответствующим образом переопределить параметр γ . Зависимости $\Delta\mu_m(d)$ для четных

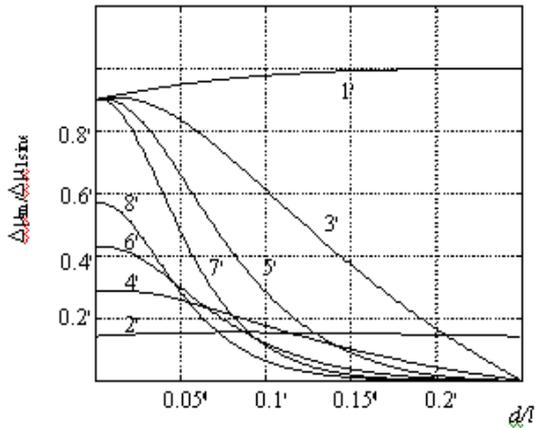


Рис. 2. Зависимость ширины запрещенной зоны от толщины границы. Номера зон m указаны около

зон в данной работе получены впервые. Подобно тому, как для нечетных зон $\Delta\mu_m$ для $m=1$ практически не зависит от d , а для $m>1$ имеет сильную зависимость, для четных зон $\Delta\mu_m$ для $m=2$ практически не зависит от d , а для $m>2$ имеет сильную зависимость. Однако если для нечетных зон их ширина не зависит от m при $d=0$, для четных зон $\Delta\mu_m$ при $d=0$ растет с ростом m .

Список публикаций:

[1] Ignatchenko V. A., Mankov Yu. I., and Maradudin A. A., *Phys. Rev. B*, 62, 2181-2184 (2000).

Полный пропагатор поля рарита-швингера
Ломов Владимир Павлович
 Иркутский Государственный Университет
LoMoVP@yandex.ru

В конце 50-х годов в работе Рарита и Швингера был предложен способ описания полей со спинами больше 1. Позже были обнаружены частицы, которые обладают спином $3/2$. По своему характеру это коротко живущие частицы, называемые резонансами. В формализме Рарита-Швингера получен пропагатор, для частицы спина $3/2$. К сожалению, это не позволяет сказать, что-либо определенное относительно свойств резонансов спина $3/2$. Причина заключается в том, что помимо описания непосредственно поля спина $3/2$, формализм включает описание поле спина $1/2$. Чтобы разобраться в этой ситуации, и сказать что-либо о свойствах таких резонансов, необходимо рассмотреть взаимодействие поля Рарита-Швингера.

Рассмотрим лагранжиан следующего типа

$$L = \bar{\Psi}_\mu \Lambda^{\mu\nu} \Psi_\nu, (1)$$

где Ψ - волновая функция поля $3/2$, а конкретный вид Λ определяет, какой формализм используется. В данном исследовании используется следующий вид Λ

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\hat{p} - M)g_{\mu\nu} + A(\gamma_\mu p_\nu + \gamma_\nu p_\mu) + \frac{1}{2}(3A^2 + 2A + 1)\gamma_\mu \hat{p} \gamma_\nu + M(3A^2 + 3A + 1)\gamma_\mu \gamma_\nu. (2)$$

Если положить A равным -1 , то приходим к формализму Рарита-Швингера.

Это лагранжиан свободного поля. Лагранжиан взаимодействия имеет вид

$$L_{int} = g \partial_\alpha \bar{\pi} \bar{\Psi}_\beta (g^{\alpha\beta} + a \gamma^\alpha \gamma^\beta) N + \text{э.с.} (2)$$

он описывает взаимодействие $\pi N \Delta$, Δ -резонанс $3/2$, g константа связи. Вершина, соответствующая этому лагранжиану записывается в виде

$$\Gamma_\mu = g(g_{\mu\alpha} + a\gamma_\mu\gamma_\alpha)k^\alpha, (3)$$

Параметры a и A связаны между собой так

$$a = z + \frac{1}{2} A(1 + 4z).$$

Это общие положения. Следующим шагом исследования было построение удобного базиса. Число элементов базиса, без учёта тензорной и спинорной структуры, равно десяти. Вводя обозначения

$$A_\pm = \frac{\sqrt{p^2} \pm \hat{p}}{2},$$

$$\pi_\mu = \frac{1}{2\sqrt{p}} (p^\ell - p_\mu + \gamma_\mu \hat{p}) \hat{p},$$

$$P_{1,2} = A_\pm (g_{\mu\nu} - \frac{P_\mu P_\nu}{p^2} - \pi_\mu \pi_\nu),$$

$$P_{3,4} = A_\pm \pi_\mu \pi_\nu,$$

$$P_{5,6} = A_\pm \frac{P_\mu P_\nu}{p^2},$$

$$P_{7,8} = A_\pm \sqrt{\frac{3}{p^2}} \pi_\mu P_\nu,$$

$$P_{9,10} = A_\pm \sqrt{\frac{3}{p^2}} P_\mu \pi_\nu.$$

и запишем элементы базиса, слева опущены тензорные и спинорные индексы

Записав уравнение Дайсона для полного пропагатора, и положив петлевой блок равным просто петле, полученной из лагранжиана взаимодействия, приведём уравнение Дайсона к следующему виду, для обратного пропагатора

J – петля.

Решая это уравнение, получим выражение для полного пропагатора поля $3/2$, без перенормировки.

В результате исследования получено выражение для полного пропагатора поля $3/2$, включая поле Рарита-Швингера в его классическом понимании. Выделен член, отвечающий полю $3/2$, а также не относящихся к этому полю.

Каноническое квантование модели Гейзенберга

Марвин Сергей Владимирович

Уральский государственный университет

Егоров Рудольф Федорович, к. ф-м. н.

sergmarvin@etel.ru

Приведем выражение для плотности лагранжиана модели n -мерного ферромагнетика:

$$G_{\mu\nu} = G_{0\mu\nu} - J_{\mu\nu},$$

$$l = S(\cos \theta - 1)\dot{\varphi} - \beta \left[\frac{1}{2} \sin^2 \theta (\vec{\nabla} \varphi)^2 + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \theta)^2 \right], \quad (1)$$

где θ, φ — соответственно полярный и азимутальный углы намагниченности (координаты системы, далее их будем обозначать q_1 и q_2 соответственно), зависящие от n -компонентной пространственной координаты и времени, S — величина спина, β — параметр, характеризующий обменное взаимодействие.

Пользуясь (1), получим выражение для импульсов n -мерной модели Гейзенберга:

$$\begin{cases} p_\theta = p_1 = 0 \\ p_\varphi = p_2 = S(\cos q_1 - 1) \end{cases}. \quad (2)$$

Как можно заметить, выразить из получившихся соотношений скорости через импульсы невозможно. Так что обычную процедуру гамильтонизации, связанную с заменой скоростей на импульсы, к модели Гейзенберга невозможно применить. Теории, с которыми сопряжены такого рода трудности, в согласии с терминологией Дирака, называются теориями со связями или вырожденными теориями. Соотношения, называемые связями, в интересующем нас случае имеют вид:

$$\begin{cases} \Phi_1 = p_1 = 0 \\ \Phi_2 = p_2 - S(\cos q_1 - 1) \end{cases}. \quad (3)$$

Для применения дираковской классификации связей необходимо вычислить матрицу из скобок Пуассона связей. В нашем случае:

$$\{\Phi_i(\vec{x}_1); \Phi_j(\vec{x}_2)\}_{i,j \in \{1,2\}} = \begin{pmatrix} 0 & -S \sin q_1 \\ S \sin q_1 & 0 \end{pmatrix} \delta(\vec{x}_1 - \vec{x}_2), \quad (4)$$

где \vec{x}_1, \vec{x}_2 — n -компонентные пространственные координаты. На поверхности, заданной связями, матрица невырождена всюду, кроме следующего множества значений (q, p) :

$$\begin{cases} q_1 = \pi n \\ q_2 \in (-\infty; +\infty) \\ p_1 = 0 \\ p_2 = S((-1)^n - 1) \end{cases} \quad (5)$$

В согласии с терминологией Дирака, на участках поверхности связей, не включающих в себя точки множества (7), совокупность связей есть система связей второго рода.

Для системы связей второго рода существует каноническая замена переменных такая, что в новых переменных условия связей становятся условиями равенства нулю некоторых импульсов и сопряженных им координат (переменные, к которым переходят в результате такой замены, называются каноническими).

Приведем наиболее удобный вариант канонических переменных (с формулами обратной замены):

$$\begin{cases} Q_1 = -\frac{p_1}{S \sin q_1} \\ P_1 = p_2 - S(\cos q_1 - 1) \\ Q = 1 + \frac{1}{S} p_2 \\ P = -\frac{p_1}{\sin q_1} - S q_2 \end{cases}, \begin{cases} q_1 = \arccos(Q - \frac{1}{S} P_1) \\ p_1 = -S Q_1 \sqrt{1 - (Q - \frac{1}{S} P_1)^2} \\ q_2 = Q_1 - \frac{1}{S} P \\ p_2 = S(Q - 1) \end{cases} \quad (6)$$

Укажем выражение для плотности лагранжевой энергии системы:

$$e = \frac{\beta}{2} [\sin^2 q_1 (\vec{\nabla} q_2)^2 + (\vec{\nabla} q_1)^2]. \quad (7)$$

В согласии с формализмом Дирака, в выражении для плотности энергии нужно выразить неканонические координаты через канонические переменные и в формуле-результате связанные канонические переменные (Q_1 и P_1) положить равными нулю:

$$h = \frac{\beta}{2} \left[\frac{1}{S^2} (1 - Q^2) (\vec{\nabla} P)^2 + \frac{(\vec{\nabla} Q)^2}{1 - Q^2} \right]. \quad (8)$$

Функция (8) необходима для квантования, то есть для нахождения квантового гамильтониана. Оператор Гамильтона, выраженный через бозе-операторы, имеет вид:

$$\begin{aligned} H = & \sum_{\vec{k}} \frac{\beta \hbar}{S} (\vec{k})^2 \hat{a}_{\vec{k}}^+ \hat{a}_{\vec{k}} + \\ & + \sum_{\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_2} \frac{\beta \hbar^2}{2(2)^2 L^n S^2} (\vec{k}_1 \vec{k}_2) : (\hat{a}_{\vec{k}_1}^+ - \hat{a}_{-\vec{k}_1}) (\hat{a}_{\vec{k}_2}^+ - \hat{a}_{-\vec{k}_2}) (\hat{a}_{-\vec{k}_3}^+ + \hat{a}_{\vec{k}_3}) (\hat{a}_{\vec{k} + \vec{k}_2 + \vec{k}_{21}}^+ + \hat{a}_{-\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3}) : \\ & + \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{2m+1}} \frac{\beta \hbar^{m+1}}{2(2)^{m+1} (L^n)^m S^{m+1}} \vec{k}_1 \vec{k}_2 : (\hat{a}_{-\vec{k}_1}^+ + \hat{a}_{\vec{k}_1}) \dots (\hat{a}_{-\vec{k}_{2m+1}}^+ + \hat{a}_{\vec{k}_{2m+1}}) (\hat{a}_{\vec{k}_1 + \dots + \vec{k}_{2m+1}}^+ + \hat{a}_{-\vec{k}_1 - \dots - \vec{k}_{2m+1}}) : \end{aligned} \quad (9)$$

где L —параметр для преобразования Фурье, \vdots —скобки, внутри которых все слагаемые нормализуются, то есть операторы рождения в произведениях располагаются слева от операторов уничтожения.

Взаимодействие линейной цепочки диполей атомов, наведенных электромагнитным квазимонохроматичным излучением.

Никифоров Алексей Леонидович

Чувашский государственный университет

Телегин Геннадий Гаврилович, д.ф-м.н.

aspira@chuvsu.ru

Расчет потенциала взаимодействия линейной цепочки атомов, наведенных электромагнитным квазимонохроматичным излучением.

Расчет потенциала производился для случая совпадения линии, соединяющей диполи и ориентации диполей. Полагается, что массы, связанные с каждым из зарядов равны. В качестве основных переменных выступают расстояния между противоположными зарядами каждого диполя. Взаимодействие диполей с поверхностью не рассматривалось. Предполагалось, что под действием внешнего электромагнитного поля диполи будут совершать простые гармонические колебания.

Получены выражения для потенциала взаимодействия, дипольного момента каждого диполя. Соответственно:

$$U = -2 \frac{e^2}{a^3} \sum_{i=1}^{n-1} x_i \sum_{j=i+1}^n \frac{x_j}{(j-1)^3} \quad (1)$$

$$d_i = ex_i \quad (2), \text{ где}$$

e – электрический заряд,

a – расстояние между диполями

$x_{i,j}$ – расстояние между зарядами в диполе.

Расчеты производились с помощью интегрированной библиотеки численных методов Fortran Powerstation. Рассмотрены случаи для линейной цепочки, состоящей из $n=50$ диполей.

Показано, что для рассчитанного потенциала максимальные ненулевые значения соответствуют наибольшим смещениям зарядов диполей. Показано, что в данном случае потенциал мало зависит от изменения частот внешнего поля. Рассмотрены также более сложные случаи.

Ионизация К-оболочки квазирелятивистского водородоподобного атома при столкновении с релятивистским структурным

высокозарядным ионом

Пашев Игорь Николаевич

Матвеев Виктор Иванович, Гусаревич Евгений Степанович

Поморский государственный университет

Матвеев Виктор Иванович, д. ф-м. н.

pashev.igor@pomorsu.ru

На основе релятивистского обобщения приближения эйконала и метода сшивки рассчитаны дифференциальные и полные сечения ионизации тяжёлых водородоподобных атомов при столкновениях со структурными высокозарядными ионами, движущимися с релятивистскими скоростями. Под структурными ионами понимаются частично ободранные ионы, содержащие частично заполненные электронные оболочки, электроны которых образуют электронную «шубу» иона.

При расчётах в качестве волновых функций начального $|0\rangle$ и конечного $|\vec{k}\rangle$ состояний использованы квазирелятивистские волновые функции Дарвина, а именно:

$$|0\rangle = N_0 \left(1 - \frac{i}{2c} \vec{\alpha} \vec{\nabla}\right) \varphi_0(r) u_s, \quad |\vec{k}\rangle = N_1 \left(1 - \frac{i}{2c} \vec{\alpha} \vec{\nabla}\right) \varphi_{\vec{k}}(r) u_s, \quad (1)$$

где φ_0 и $\varphi_{\vec{k}}$ – нерелятивистские волновые функции основного состояния и непрерывного спектра водородоподобного атома с зарядом ядра Z_a , u_s – биспинор покоящегося электрона с проекцией спина s , $N_1 = (1 + (k/2c)^2)^{-1/2}$ и $N_{01} = (1 + (Z_a/2c)^2)^{-1/2}$ – нормировочные множители. Используя для расчётов сечений ионизации метод сшивки (согласно [1-3]) получим дифференциальное сечение эмиссии электрона с энергией ε_k в виде

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_k} = 8\pi \frac{Z^{*2}}{v^2} \lambda_k k \left(n \frac{2Z_a \alpha_k v^2 \gamma}{\eta Z^* \omega_k} - \frac{\beta^2}{2} \right), \quad (2)$$

где $\eta = \exp B$ ($B = 0.5772$ – постоянная Эйлера), $\omega_k = \varepsilon_k - \varepsilon_0$, $\varepsilon_k = k^2/2$, $\varepsilon_0 = -Z_a^2/2$, а величины λ_k и α_k вычислялись по формулам (ср. [1,2])

$$\lambda_k = \frac{1}{3} (N_1 N_0)^2 \int |\langle \varphi_{\vec{k}} | \vec{r} | \varphi_0 \rangle|^2 d\Omega_{\vec{k}},$$

$$\alpha_k = \lim_{b_0 \rightarrow \infty} \frac{Z^*}{v b_0} \exp \left\{ \frac{1}{\lambda_k} \frac{v^2}{8\pi Z^{*2}} (N_1 N_0)^2 \int_0^{b_0} \int |\langle \varphi_{\vec{k}} | \exp(i\vec{q}\vec{r}) | \varphi_0 \rangle|^2 d\Omega_{\vec{k}} 2\pi b db \right\},$$

здесь $|\varphi_{\vec{k}}\rangle$ и $|\varphi_0\rangle$ – нерелятивистские волновые функции непрерывного спектра и основного состояния водородоподобного атома соответственно.

Полное сечение σ ионизации водородоподобной тяжёлой мишени получается интегрированием выражения (2) по всем энергиям вылетевшего электрона. В методе сшивки [1,2] это эквивалентно вычислению следующих величин

$$\lambda_i = \int_0^{\infty} \lambda_k k^2 dk, \quad \omega_i = \exp \left\{ \frac{1}{\lambda_i} \int_0^{\infty} \lambda_k k^2 \ln \omega_k dk \right\}, \quad \alpha_i = \exp \left\{ \frac{1}{\lambda_i} \int_0^{\infty} \lambda_k k^2 \ln \alpha_k dk \right\}, \quad (3)$$

через которые полное сечение ионизации выражается так

$$\sigma = 8\pi \frac{Z^{*2}}{v^2} \lambda_i \left(\ln \frac{2Z_a \alpha_i v^2 \gamma}{\eta Z^* \omega_i} - \frac{\beta^2}{2} \right) \quad (4)$$

Для оценки вклада релятивистских эффектов в дифференциальное сечение ионизации тяжёлых водородоподобных атомов удобно ввести относительную поправку $\chi_R = [(d\sigma/d\varepsilon_k)_n - (d\sigma/d\varepsilon_k)_r] / (d\sigma/d\varepsilon_k)_n = 1 - (N_1 N_0)^2$, где индексы “*n*” и “*r*” соответствуют нерелятивистскому и релятивистскому описаниям мишени. Таким образом, в квазирелятивистском приближении поправка χ_R выражается простой формулой и зависит только от заряда Z_a ядра мишени и от энергии ε_k вылетевшего электрона и не зависит от энергии и заряда налетающего иона. С ростом энергии вылетевшего электрона поправка растёт.

Результаты расчётов по формуле (4) полного сечения ионизации водородоподобного атома Mo^{41+} при столкновении с ионом U^{50+} приведены на *рис. 1* (сплошная линия – квазирелятивистское описание мишени, пунктир – нерелятивистское)

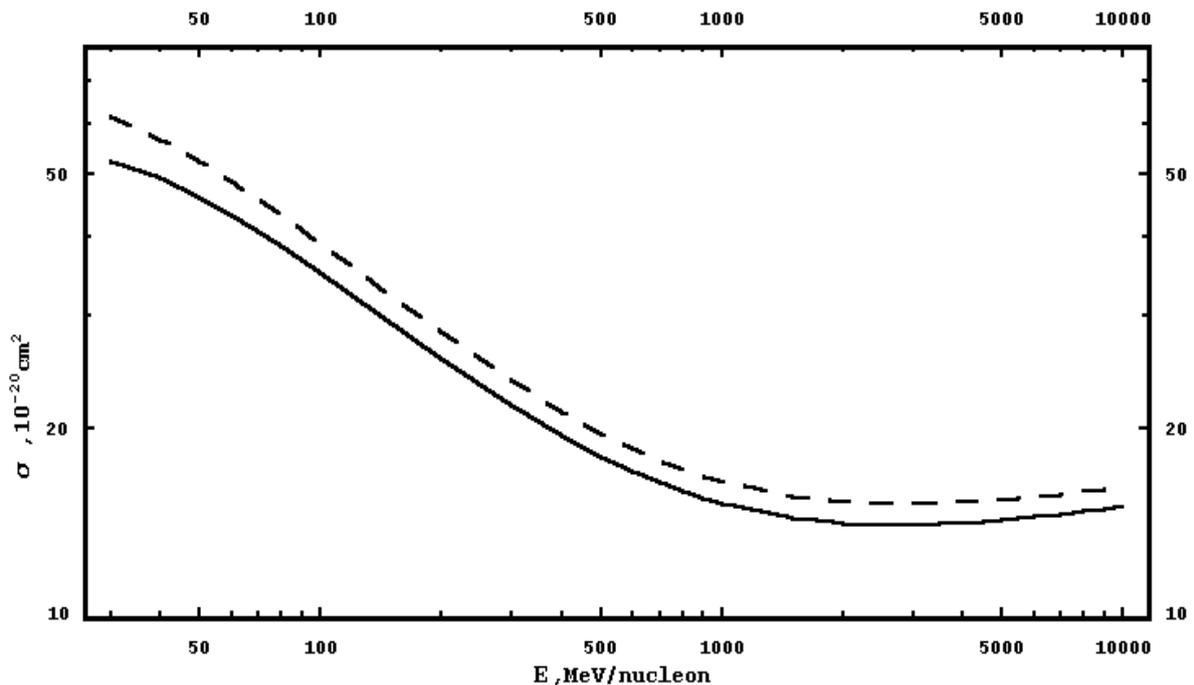


Рис. 1

Список публикаций:

- [1] Матвеев В.И., Гусаревич Е.С. // ЖЭТФ. 2003, Т. 123, С. 42.
- [2] Матвеев В.И., Рахимов Х.Ю. // ЖЭТФ. 1998, Т. 114, С. 1646.
- [3] Matveev V.I., Matrasulov D.U., Rakhimov Kh.Y. // J. Phys. 1999, V. B32, P. 3849.

Атомы в поле большой мощности. Фотоконденсация бериллия

Попов Андрей Валерьевич

Алтайский государственный университет

andrey_popov@barnaul.ru

Среди основных фундаментальных проблем, решаемых в физике возбужденного газа, следует назвать задачи, которые связаны с исследованием взаимодействия атомарных систем со сверхсильным полем и изучением нелинейных процессов высокого порядка. Например, при облучении атомов высокоэнергетическими частицами, γ -фотонами или рентгеновскими лучами образуются сильно возбужденные состояния с вакансиями в глубоких оболочках. Распад таких вакансий может происходить по радиационному механизму (с излучением фотонов) и безрадиационному механизму (с выбросом электронов). Эти фотоны и электроны могут образовать новые вакансии в оболочках атомов с последующим каскадным распадом вновь образуемых вакансий. Для описания таких возбуждений, во-первых, определяют результат действия заданного электромагнитного поля на атом. На втором этапе определяют обратное действие атома на поле. Самосогласованное решение двух систем уравнений, описывающих отклик атомов на заданное поле и отклик поля на заданное движение зарядов в атомах, является основной задачей теории взаимодействия излучения с веществом. Решение такой задачи в полном объеме весьма затруднено. Во многих ситуациях оказываются несостоятельными описания нелинейных явлений такого типа в терминах линейных восприимчивостей. Применимость теории возмущений весьма сомнительна. Поэтому то или иное упрощающее предположение, порою основанное на новом представлении о взаимодействии атомов с электромагнитным полем [1,2], как правило, и определяет метод решения выше поставленной задачи. В настоящей работе реализован способ описания возбуждений, учитывающий ширину атомных уровней [3].

Метод описания возбуждений большой мощности основывается на отказе от ограничений на целочисленные значения орбитального квантового числа l [4]. В самом общем случае можно считать орбитальное квантовое число l комплексным, в частности, содержащим и целочисленные значения. Отказ от выше указанных ограничений позволяет включить в рассмотрение и движение электронов с орбитальным затуханием. В этом случае, задача отыскания спектра возбужденных состояний атома может быть сведена к проблеме собственных значений стационарного уравнения Шредингера. Данная задача является существенно неэрмитовой с комплексными значениями энергии. Перебирая все возможные комплексные значения l в процессе поиска самосогласованных решений стационарного уравнения можно проследить по минимуму полной энергии возбужденного атома за его спектральными характеристиками.

Эту задачу мы решали численно в базисе функций гауссова типа, используя в качестве базиса девять функций в разложении по целочисленным значениям $l=0$, шесть функций – в разложении по $l=1$ и три функции - в разложении по $l=2$. Оценки показали, что базис такой длины вполне пригоден при решении уравнений Хартри-Фока методом Рутаана для атома бериллия в возбужденном состоянии. Результаты самосогласованных вычислений показывают, что при возбуждении атома бериллия в рентгеновском диапазоне энергий: 1) происходит расщепление $2p$ состояний тем

больше, чем больше энергия возбуждения; 2) вероятность распада возбужденного состояния атома падает, начиная с энергии возбуждения $\Delta\mathcal{E}=6.7 Ry$, т.е. наблюдается его стабилизация; 3) перемешивание состояний $2s$ и $2p$ наблюдается при энергиях возбуждения, равных $10 Ry$ и $14 Ry$.

При рассмотрении возбуждений атома бериллия в оптическом диапазоне энергий, обнаружено, что минимум полной энергии достигается при целочисленных значениях действительной части орбитального числа l , и мнимой части l , не равной нулю. Это означает, что существуют достаточно долгоживущие состояния сильно возбужденного атома, причем, некоторые из этих возбуждений обладают полной энергией, меньшей полной энергии основного состояния. Однако для получения таких возбуждений необходимо оказать очень интенсивное воздействие на атом, что в оптическом диапазоне, скорее всего, недостижимо.

Тем не менее, оказать очень интенсивное воздействие на атом можно, если, например, поместить его в поле, созданное другим атомом. Для проверки этого предположения мы вычислили полную энергию двух атомов бериллия в приближении Хартри-Фока как функцию расстояния между этими атомами при различных значениях комплексного орбитального числа l , проследили за минимумом полной энергии. Результаты расчетов, выполненные в приближении Хартри-Фока, показывают, что система двух атомов бериллия в основном состоянии является неустойчивой. При небольших возбуждениях, до $0.1 Ry$, системы двух атомов бериллия наблюдается увеличение полной энергии системы тем большее, чем больше величина энергии возбуждения. При более высоких энергиях возбуждения возникает четкий минимум полной энергии как функции расстояния между атомами. Глубина минимума полной энергии и время жизни атомов в этом возбуждении возрастают по мере увеличения энергии возбуждения. Описанное выше явление в бериллии можно назвать фотоконденсацией.

Автор благодарен за финансовую поддержку работы Фондом «Династия» и МЦФФМ.

Список публикаций:

- [1] Раппопорт Л. П., Корнев А. С. // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т.71. №1-2. С.71-77.
- [2] Перепелица О. Б. // ЖТФ. 2000. Т.70. №7. С.18-21.
- [3] Янавичус А., Шучуров В. // Литовский физ. сборник. 1968. Т.8. №1-2. С.47-51.
- [4] Попов А. В. // Оптика и спектроскопия. 2002. Т. 93. №1. С.5-7.

Новый подход к моделированию астрофизических объектов.

Прокофьев Владимир Васильевич

Красноярский Государственный Университет

Баранов Александр Михайлович, д.ф-м.н.

Kub1@knb.kts.ru, asiri@mail.ru

В настоящей работе рассматривается получение модельного решения уравнений Эйнштейна для внутренней области шара, заполненного идеальной паскалевой жидкостью, путем преобразования уравнений тяготения к линейному дифференциальному уравнению второго порядка, с последующим сведением его к уравнению Ламе.

Моделирование проводилось для статического сферически-симметричного астрофизического объекта. Геометрия пространства–времени такого объекта может быть описана 4-интервалом

$$ds^2 = G^2(r) \cdot dt^2 + 2 \cdot L(r) \cdot dt \cdot dr - r^2 \cdot (d\theta^2 + \sin^2 \theta \cdot d\varphi^2), \quad (1)$$

и тензором энергии импульса идеальной паскалевой жидкости

$$T_{\alpha\beta} = (\mu + p) \cdot u_\alpha \cdot u_\beta + p \cdot g_{\alpha\beta} \quad (2)$$

$$(\mu + p \neq 0, \mu > 0),$$

где μ – плотность энергии, p – давление, u_α – 4-скорость, $g_{\alpha\beta}$ – метрический тензор.

Система уравнений Эйнштейна,

$$R_\alpha^\beta - \frac{1}{2} \cdot \delta_\alpha^\beta \cdot R = -\kappa \cdot T_\alpha^\beta,$$

путем введения переменной $y = \frac{r^2}{R^2}$, может быть приведена к виду

$$G''_{yy} + \left(\frac{1}{2} \cdot \ln(\varepsilon) \right)'_y \cdot G'_y + \frac{1}{4 \cdot \varepsilon} \left(\frac{\varepsilon - 1}{y} \right)'_y \cdot G = 0, \quad (3)$$

$$\chi \cdot p = \varepsilon \cdot \left[\frac{1}{y} + 4 \cdot (\ln G)'_y \right] - \frac{1}{y} \quad (4)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{\chi}{2\sqrt{y}} \cdot \int \mu(y) \cdot \sqrt{y} \cdot dy, \quad (5)$$

где $\varepsilon = \frac{G^2}{L^2}$, $\chi = \frac{\kappa}{R^2}$.

Введением новой переменной ζ , как $d\zeta = dy / \sqrt{1 - \Phi(y)}$, уравнение на метрический коэффициент приводится к форме удобной для дальнейших расчетов:

$$G''_{\zeta\zeta} + I(\zeta) \cdot G = 0, \quad (6)$$

где $I = \left[\frac{1 - \varepsilon}{y} \right]'_y$.

Далее данное уравнение отождествляется с уравнением Ламе на отрезке $0 < y < 1$:

$$G''_{\zeta\zeta} + (h - a^2 m^2 \operatorname{sn}^2(m|\zeta)) \cdot G = 0. \quad (7)$$

Такое отождествление приводит к приравниванию коэффициентов при одинаковых степенях, откуда:

$$\Phi = C \cdot y - h \cdot y^2 + a^2 m^2 y \int [\operatorname{sn}^2(m|\zeta(y))] dy.$$

Решение нелинейного интегрального уравнения производилось приближенно. В качестве приближения бралось решение с параболическим распределением плотности масса-энергия: $\mu(y) = \mu_0(1 - y)$, константы интегрирования находились из шивки с внешним решением Шварцшильда.

Были построены распределения для масса-энергия плотностей в сравнении с параболическим, найден метрический коэффициент $G(y)$ для частного случая $m=1$ (рис.1, 2).

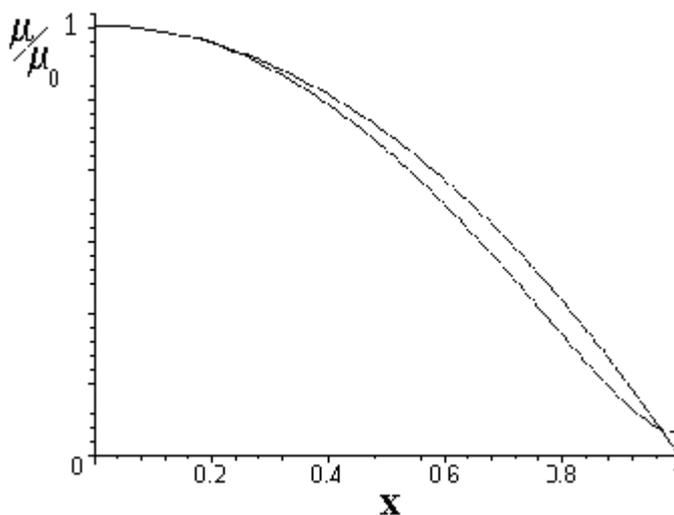


Рис.1

Распределение плотности масса-энергия.

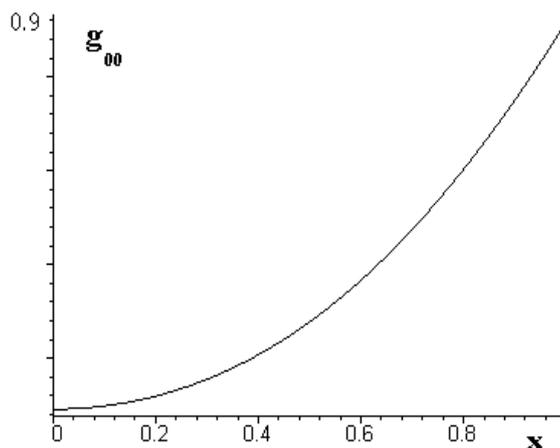


Рис.2

Метрический коэффициент $g_{00}=G^2(x)$

Фрактальная интерполяция двумерных полей

Рюмин Павел Иванович

Тюменский Государственный Университет

Аринштейн Эдуард Абрамович, д.ф-м.н.

stopkin@mail.ru

В настоящей работе описана методика случайной фрактальной интерполяции свойств по известным опорным точкам. В качестве примера приведены анализ и интерполяция толщины пластовых объектов.

Большинство природных объектов можно статистически описать, используя броуновское движение или фрактальное броуновское движение. Случайная величина $\Delta X = X(\vec{r} + \Delta\vec{r}) - X(\vec{r})$ двумерного поля $X(\vec{r})$ распределена нормально с нулевым средним значением и дисперсией $\sigma^2 \Delta r^{2H}$, где H - параметр, определяющий фрактальную размерность: $d = 3 - H$. Для классического броуновского движения $H = 1/2$. Методика состоит из следующих пунктов: статистический анализ исходных данных, определение фрактальной размерности, случайная интерполяция.

В качестве исходных данных берется набор точек \vec{r}_i с заданным значением X_i поля в каждой точке. Предварительная обработка данных заключается в построении зависимости стандартного среднеквадратичного отклонения приращений ΔX от заданного значения Δr . Необходимо проверить, является ли случайная величина ΔX нормально распределенной. Для этого сравниваются практическое распределение приращений ΔX и теоретическое распределение с дисперсией, определенной по исходным данным.

Значение параметра H определяется из закона дисперсии $\log(\sqrt{D(\Delta X)}) = c + H \log(\Delta r)$ методом наименьших квадратов. Вычисленное значение фрактальной размерности лежит в диапазоне от 2 до 3 и равно 2,5 в случае классического броуновского движения.

Интерполяция основана на свойстве статистического самоподобия: $X(\vec{r} + \Delta\vec{r}) - X(\vec{r}) = (X(\vec{r} + k\Delta\vec{r}) - X(\vec{r})) / k^H$, где равенство означает одинаковые распределения. Исходная сетка строится по заданным точкам методом триангуляции, разбивая поле на множество треугольников. Следующая детализация сетки получается разбиением каждого треугольника на четыре таким образом, чтобы вершины внутреннего треугольника лежали на серединах сторон исходного. При таком разбиении параметр $k = 2$. По известной дисперсии, соответствующей расстоянию между двумя вершинами исходного треугольника, определяется дисперсия для половинного расстояния. Значение поля в средней точке определяется как среднее двух исходных значений с добавлением случайной нормальной величины. Далее разбиение повторяется до требуемого уровня детализации.

По приведенной методике был выполнен анализ толщины двух смежных пластовых объектов. Исходный набор составил примерно 400 точек для одного и 300 – для другого объекта. Статистический анализ показал, что представительные выборки: не менее 20 значений на каждое значение расстояния – существуют в диапазоне расстояний не менее 4 единиц (одна единица – характерное расстояние). Верхний предел в 50 единиц выбран исходя из существования фрактальных свойств на этом масштабе. Сравнение распределений приведено для расстояния $\Delta r = 6$ (рис.1). Точками показано практическое распределение, сплошной кривой – теоретическое, по горизонтальной оси – приращения ΔX , по вертикальной – плотность вероятности.

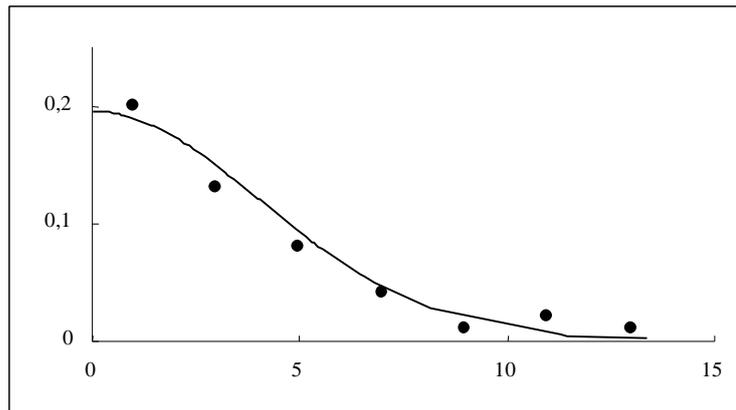


Рис.1. Нормальное распределение приращений.

По зависимостям, построенным в логарифмических осях (рис.2), определено значение фрактальной размерности $d \approx 2,6$ для обоих объектов. Достоверность аппроксимации линейной зависимостью $R^2 \approx 0,9$.

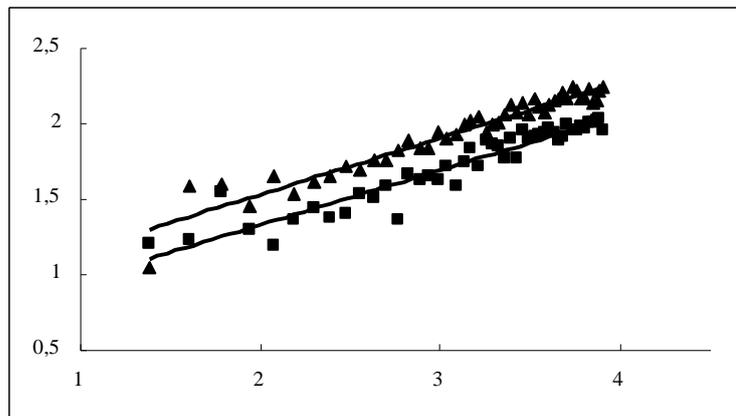


Рис.2. Зависимости для определения фрактальной размерности.

Полученное одинаковое значение размерности характеризуется смежностью объектов. Результаты фрактальной интерполяции статистически ближе к реальным данным, чем интерполяция гладкими функциями.

Исследование новых типов нелинейных динамических режимов в цепочках Ферми-Пасты-Улама. Часть 1. Способы возбуждения бушей мод

Рябов Денис Сергеевич

Ростовский Государственный Университет

Чечин Георгий Михайлович, к.ф.-м.н.

dryabov@yandex.ru

В работах [1,2] были развиты общие теоретико-групповые методы исследования нелинейной динамики систем с дискретной симметрией (в частности, кристаллов и молекул). В этих работах описаны новые типы нелинейных динамических режимов,

которые были названы *бушами мод*. Под бушем мод понимается некоторая специфическая линейная комбинация нормальных мод с зависящими от времени коэффициентами, которая, будучи возбужденной, сохраняется с течением времени бесконечно долго. Таким образом, энергия начального возбуждения для консервативных систем остается все время в этом буше (за исключением случаев, когда буш теряет устойчивость). Среди мод, входящих в буш, можно выделить корневые и вторичные. Возбуждение корневой моды приводит к вовлечению в колебательный процесс остальных мод буша за счет силовых взаимодействий [2].

Буш мод является чисто теоретико-групповой конструкцией, в силу чего комплект входящих в него мод не зависит от конкретных межатомных взаимодействий в рассматриваемой системе, в то время как динамика буша мод (то есть временная зависимость коэффициентов при модах) от этих взаимодействий зависит. Каждому бушу мод соответствует вполне определенная подгруппа G полной группы симметрии G_0 системы в состоянии равновесия – это геометрический аспект буша мод. Динамический аспект состоит в том, что каждый буш представляет собой динамическую систему, размерность которой может быть существенно меньше полной размерности рассматриваемой системы.

В конкретной физической системе буш мод может быть возбужден заданием начальных условий с группой симметрии G . Но если эта система является микроскопической, то задать ее начальное состояние становится практически невозможным. Поэтому возникает вопрос о возможности возбуждения бушей мод в таких системах.

В качестве объекта для исследования способов возбуждения бушей мод нами были выбраны цепочки Ферми-Пасты-Улама (FPU). Эти системы представляют собой одномерные цепочки атомов с взаимодействием лишь между ближайшими соседями, причем потенциал взаимодействия имеет вид $U(x)=x^2/2+ax^3/3$ для модели FPU- α и $U(x)=x^2/2+\beta x^4/4$ для модели FPU- β . Буши мод в нелинейных цепочках были найдены в работе [3]. В нашей работе рассматриваются модифицированные цепочки FPU из четного числа частиц N , массы которых равны, а электрические заряды чередуются: $+q, -q, +q, -q$, и т.д. На такую систему подается внешнее периодическое электрическое поле с циклической частотой Ω и амплитудой E_0 . Очевидно, что при этом будет возбуждаться только оптическая « π -мода», которой соответствует волновой вектор $\mathbf{k}=0$. Однако можно подобрать частоту и амплитуду внешнего поля таким образом, чтобы в системе за счет *параметрического возбуждения* возникли моды с отличным от нуля волновым вектором $\mathbf{k}\neq 0$, которые входят в состав определенного буша. При этом необходимо возбудить *только* определенные моды, входящие в буш, не затрагивая никакие другие (в частности те, которые имеют частоты, близкие к частоте возбуждаемой моды). Легко показать, что для достижения этой цели необходимо использовать достаточно слабое внешнее поле.

Итогом нашей работы стало то, что мы действительно можем указать способ возбуждения любого буша с *заданной трансляционной симметрией* в цепочках FPU- α и FPU- β (изменению трансляционной симметрии отвечает возникновение в системе мод с волновым вектором $\mathbf{k}\neq 0$).

В цепочке FPU- α для этого можно воздействовать на систему периодическим внешним полем с частотой

$$\Omega = \omega + \sqrt{4 - \omega^2},$$

где ω – частота корневой моды возбуждаемого буша.

В случае цепочки FPU- β ситуация несколько сложнее, потому что частота внешнего поля Ω и его амплитуда E_0 должны быть связаны соотношением

$$\frac{\omega^2}{\Omega^2} \left(1 + \frac{12\beta E_0^2}{(\Omega^2 - 4)^2} \right) = 1.$$

Для цепочки FPU- β нами также было получено ограничение на амплитуду внешнего поля, при которой не возбуждаются моды с частотами, близкими к возбуждаемой:

$$E_0 < \sqrt{\frac{\pi}{3\beta N} \frac{(4 - \omega^2)^{5/4}}{\omega^{1/2}}}.$$

Обратим внимание на то, что мы не требуем сильного внешнего поля. Наоборот, оно должно быть достаточно слабым, чтобы не превысить некоторого критического значения, что является преимуществом указанного способа возбуждения.

Нами также были разработаны способы возбуждения в случае, когда внешнее поле представляет собой сумму нескольких гармонических членов. При этом мы получили возможность манипулирования амплитудами мод, входящих в состав возбуждаемого буша.

Список публикаций:

- [1] В. П. Сахненко, Г. М. Чечин, ДАН 330, 308 (1993); В. П. Сахненко, Г. М. Чечин, ДАН 338, 42 (1994).
- [2] G. M. Chechin, V. P. Sakhnenko, Physica D 117, 43 (1998).
- [3] G. M. Chechin, N. V. Novikova, A. A. Abramenko, Physica D 166, 208 (2002).

Угловые распределения электронов в атмосферных ливнях, образованных гамма-квантами сверхвысоких энергий

Серебрякова Татьяна Леонидовна

Алтайский Государственный Университет

Пляшешников Александр Васильевич, д.ф.-м.н.

serebryakova@theory.dcn-asu.ru

Используя технику численного решения сопряженных каскадных уравнений [4,5], нами проводятся расчеты характеристик электромагнитных каскадов, образованных фотонами сверхвысоких энергий в атмосфере и магнитосфере Земли, с учетом эффекта Ландау-Померанчука-Мигдала (ЛПМ) [1,2] и взаимодействия фотонов и электронов сверхвысоких энергий с геомагнитным полем (ГМП) [3].

Исследуются угловые распределения и среднеквадратичные углы полного числа электронов в вертикальных атмосферных ливнях, образованных фотонами энергий ($10^{18} \div 10^{22}$ эВ). Продольное распределение интенсивности геомагнитного поля и уровень наблюдения (890 г/см^2) соответствуют южному размещению Оже-установки (Аргентина, Мендоза).

При одновременном и по отдельности учете обозначенных выше эффектов происходит изменение формы нормированных угловых распределений. Особенно хорошо это заметно на малых углах (рис.1).

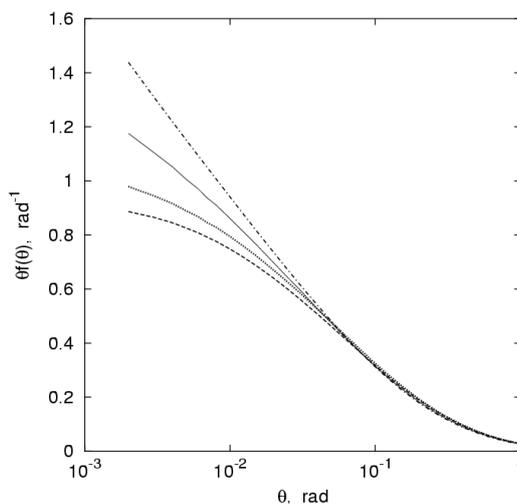


Рис.1 Нормированное угловое распределение полного числа электронов в атмосферном ливне, инициированном фотоном энергии $E_\gamma = 10^{21}$ эВ, с различными предположениями о включении ЛПМ и ГМП эффектов: (—) – без эффектов; (- • -) – ЛПМ эффект; (- -) – ГМП эффект; (••••) – ЛПМ и ГМП эффекты

Выполнение масштабного преобразования функций углового распределения [6]:

$$x = \theta / \theta_{msq}, \quad xf(x, E, s) = \theta_{msq} \theta f(\theta, E, s), \quad \theta_{msq} - \text{среднеквадратичный угол,}$$

показывает наличие скейлингового свойства у инвариантных функций:

$$xf(x, E, s) \approx xf(x).$$

Их форма не зависит от энергии первичного фотона, возраста ливня, а также учета ЛПМ и ГМП эффектов (рис.2).

Предлагается аппроксимация инвариантной части угловых распределений:

$$xf(x) = \exp(-3,78 - 1,647 \ln x - 0,235 \ln^2 x - 0,0126 \ln^3 x). \quad (1)$$

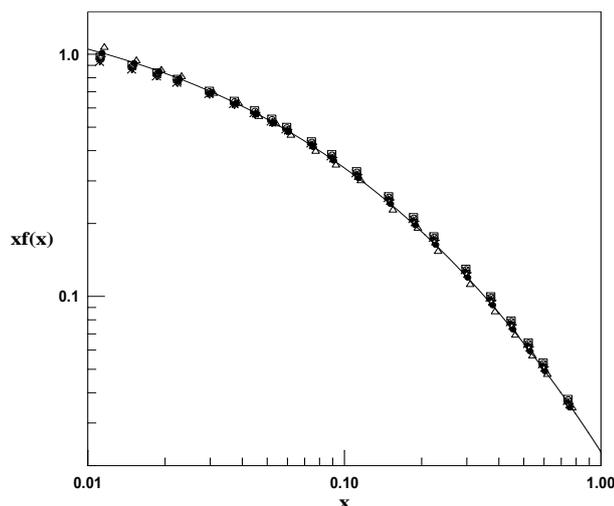


Рис.2. Инвариантные функции углового распределения полного числа электронов в атмосферных ливнях: \circ – $E_\gamma = 10^{21}$ эВ, ЛПМ + ГМП; $+$ – $E_\gamma = 10^{21}$ эВ, ГМП; I – $E_\gamma = 10^{20}$ эВ, без эффектов; \square – $E_\gamma = 10^{22}$ эВ, ЛПМ + ГМП; \times – $E_\gamma = 3 \cdot 10^{21}$ эВ, ГМП; ∇ – $E_\gamma = 10^{19}$ эВ, ЛПМ; Δ – $E_\gamma = 10^{21}$ эВ, ЛПМ; \bullet – $E_\gamma = 10^{21}$ эВ, без эффектов; сплошная линия – аппроксимация инвариантных функций углового распределения (1)

Одновременный учет ЛПМ и ГМП эффектов приводит к сложному поведению среднеквадратичных углов в зависимости от первичной энергии, и в то же время эта зависимость слабая.

Список публикаций:

- [1] Ландау Л. Д., Померанчук И. Е. // Докл. Акад. наук СССР, **92**, 535, 1953.
- [2] Migdal A. V., *Phys. Rev.*, **103**, 1811, 1956.
- [3] McVreen B., Lambert C. J., *Phys. Rev. D*, **24**, 2536, 1981.
- [4] Лагутин А.А., Пляшешиников А.В., Учайкин В.В. Метод сопряженных уравнений в каскадной теории. Физ. № 3375-79. Томск, 1979.
- [5] Гончаров А.И. Пространственные характеристики электронно-фотонных ливней в атмосфере Земли. Д 063.80.06. Томск, 1991.
- [6] Lagutin A.A., Pljasheshnikov A.V., Uchaikin V.V. et al. The calculation of the angular distributions of electron-photon cascades electrons // Proc. of 17-th ICRC, Paris, 1981, vol.5, p. 202-205.

Моделирование динамики пучка электронов, эмитирующих с ограниченной поверхности полевого электронного катода

Скрябин Юрий Трофимович

Мамаева С.Н.

Якутский государственный университет им. М.К.Аммосова

Яковлев Борис Васильевич, д.ф.-м.н.

youra999@rambler.ru

Настоящая работа посвящена моделированию электронно-оптических систем, источником пучка которых является полевой электронный катод. Полевые электронные катоды в наше время используются во многих областях науки и техники, в частности в микроэлектронике, в электронной микроскопии, в нанотехнологиях и т.д. Существенное отличие полевых электронных эмиттеров от других источников электронов состоит в том, что в случае полевой электронной эмиссии электрическое

поле, создаваемое электродами системы, выполняет двойную роль: во-первых, вызывает эмиссию, а во-вторых, обладает электронно-оптическими свойствами. Следовательно, фокусировка и транспортировка пучка электронов должна решаться совместно с задачей получения требуемых эмиссионных характеристик системы. Методы расчета электронно-оптических систем основаны на решении уравнений электродинамики с использованием методов математической физики.

В работе предлагается метод расчета электронно-оптических систем – метод сшивания на границе пучок вакуум.

Как известно, полевой электронный катод представляет собой микроострие с радиусом кривизны ≈ 1 мкм и меньше. Обычно они изготавливаются из тугоплавкого металла. Для расчета эмиссионных характеристик источника (распределение потенциала, напряженности электрического поля, плотности вблизи острия и т.д.) форма поверхности источника обычно аппроксимируется известными геометрическими фигурами вращения такие, как сфероиды, эллипсоид, параболоид, для лезвийных катодов – плоскостью, цилиндром, параболическим цилиндром и др. Очевидно, что подобные приближения упрощают вычисления, позволяют решать уравнения Лапласа и Пуассона методом Фурье. В ряде задач электронной оптики за катод принимают известные геометрические фигуры вращения, а за анод – часть эквипотенциальной поверхности, представляющей также соответствующую фигуру. Электронная эмиссия с поверхности полевого электронного катода, как известно, подчиняется известному закону Фаулера – Нордгейма.

$$j_0 = AE_0^2 \exp\left(-\frac{B}{E_0}\right),$$

где, j_0 – плотность электронного тока на катоде; A, B – постоянные, зависящие от физических свойств используемого материала (работы выхода электронов из металла, формы эмиттера) и табулированных функций Нордгейма; E_0 – напряженность электрического поля на поверхности катода.

При этом на эмиссию влияют: пространственный заряд пучка, размер эмиттирующей поверхности, размер и форма пучка, которые, в свою очередь, зависят от внешнего и собственного магнитного полей. Таким образом, для расчета основных характеристик рассматриваемого диода во внешнем магнитном поле необходимо совместно решить уравнения движения, Лапласа, Пуассона, Максвелла, непрерывности и Фаулера – Нордгейма. Также отметим, что при расчете траектории крайнего электрона пучка использован метод сшивания на границе пучок – вакуум.

Магнитное поле \vec{B} является продольным, т.е., рассматривается фокусирующее электронный пучок поле. Ось симметрии диода, как и направление магнитного поля, направлена вдоль оси z . Таким образом, система (физическая модель диода) является аксиально-симметричной.

Так как, реальный пучок – сложный физический объект, его математическое описание невозможно без определенных упрощающих предположений. Будем считать, что:

1. сила, действующая на некоторый выбранный электрон со стороны остальных электронов, равна силе действия на него некоторой электрически заряженной среды с непрерывно распределенной плотностью объемного заряда ρ ;
2. пучок является ламинарным;

3. используется «концепция» крайнего, или граничного электрона пучка, т.е., постулируется, во-первых, наличие четкой границы пучка и, во-вторых, что контур пучка определяется траекторией крайнего электрона.

В соответствии со сформулированными упрощающими предположениями алгоритм решения задачи расчета эмиссионных характеристик полевого эмиссионного диода, находящегося под воздействием возбуждающего полевого электронную эмиссию электрического поля \vec{E} и фокусирующего (пучок эмиттированных из ПЭК электронов) магнитного поля \vec{B} может быть реализован с помощью вычислительного цикла, включающим три этапа:

1. На первом этапе траектория крайнего электрона (без учета влияния пространственного заряда вне пучка) рассчитывается в результате совместного решения уравнений движения и Лапласа

2. На втором – для расчета траектории крайнего электрона (с учетом влияния пространственного заряда пучка эмиттированных электронов) используется система уравнений движения, Пуассона, непрерывности и Фаулера–Нордгейма.

3. На третьем этапе производится «сшивка» решений первых двух этапов с помощью «условия сшивки».

В результате совместного решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений всех трех этапов методом Рунге – Кутты рассчитываются распределение напряженности и потенциала электрического поля в диоде, распределение плотности заряда и тока пучка, размер анодного пятна, форма пучка и вольт-амперная характеристика полевого диода.

Исследование электрогравитационной самополяризации проводников методом мультипольной параметризации вариационного принципа Дирихле

Слепцова Ирина Гавриильевна.

Якутский государственный университет

Степанов Валерий Егорович, профессор, д. ф-м. н.

sigira@mail.ru

Целью данной работы является оценка эффекта электрогравитационной самополяризации нейтральных проводников сферической формы, известных размеров и массы. Электрогравитационная самополяризация [1] – явление, обусловленное силой гравитационного притяжения электронов проводимости и распределенных масс тел. Для заряженных массивных взаимодействующих проводников сферической формы полная энергия электро- и гравитационных полей является квадратичной формой, описывающей части для энергий самодействия и взаимодействия. Состояние системы определяется условием минимума полной энергии. Учет отрицательности вклада энергии ньютоновского гравитационного поля получается благодаря использованию суммарных комплексных потенциалов и плотностей; при этом полная электрогравитационная энергия определяется как реальная часть комплексного интеграла:

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \rho \varphi dV \quad (1)$$

Рассмотрим две нейтральные проводящие сферы с радиусами R_1 и R_2 , расстояние между ними L , в этом случае в дипольном приближении для энергии поля:

$$W = \frac{1}{2} \left(1 - \gamma \left(\frac{m}{e}\right)^2\right) \frac{Q_1^2}{R_1^3} - \frac{3}{5} \gamma \frac{m_1^2}{R_1} + \frac{1}{2} \left(1 - \gamma \left(\frac{m}{e}\right)^2\right) \frac{Q_2^2}{R_2^3} - \frac{3}{5} \gamma \frac{m_2^2}{R_2} + 2 \left(1 - \gamma \left(\frac{m}{e}\right)^2\right) \frac{Q_1 Q_2}{L^3} - \gamma \frac{m m_2 Q_1}{e L^2} - \gamma \frac{m m_1 Q_2}{e L^2} - \gamma \frac{m_1 m_2}{L}. \quad (2)$$

Минимум энергии получается при следующих значениях дипольных моментов

$$Q_1^1 = \frac{R_1^3 L t}{L^6 - 4R_1^3 R_2^3} (m_2 L^3 - 2m_1 R_2^3), Q_1^2 = \frac{R_2^3 L t}{L^6 - 4R_1^3 R_2^3} (m_1 L^3 - 2m_2 R_1^3), \quad (3)$$

$$t = \gamma \frac{m}{e} \left(\frac{1}{1 - \gamma \left(\frac{m}{e}\right)^2} \right). \quad (4)$$

Если рассмотреть проводники с размерами и массами типа Луны и Земли, то получаются дипольные моменты

$$Q_1^1 = 1,62 * 10^6, Q_1^2 = 2,69 * 10^6 \text{ (ед.СГС)}. \quad (5)$$

Для железных шариков, находящиеся на расстоянии $L = 8 \text{ см}$ друг от друга, имеющих массы $m_1 = 2 * 10^3 \text{ г}$, $m_2 = 10^3 \text{ г}$, $\rho = 7,874 \text{ г/см}^3$ моменты равны

$$Q_1^1 = 1,0254 * 10^{-22}, Q_1^2 = 0,959 * 10^{-22} \text{ (ед.СГС)}. \quad (6)$$

Для проводящих шаров, надутых азотом при конфигурациях $L = 14 \text{ см}$, $m_1 = 1 \text{ г}$, $m_2 = 2 \text{ г}$, $\rho = 0,00125 \text{ г/см}^3$, получаются моменты

$$Q_1^1 = 2,209 * 10^{-25}, Q_1^2 = 1,8542 * 10^{-25} \text{ (ед.СГС)}. \quad (7)$$

Полученные численные примеры иллюстрируют масштабы эффекта электрогравитационной самополяризации проводящих шаров. Для получения макроскопических величин эффекта необходимо рассмотреть более сложные конфигурации, для которых получатся наблюдаемые величины для крутящих моментов, углов поворота и других доступных эксперименту показаний приборов.

Список публикаций:

[1] В. Е. Степанов. Поляризация проводящей сферы гравитационным полем Земли. Труды 4 семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", ОИЯИ, Дубна, 1992, с. 202-207.

Редукция уравнений Навье-Стокса: уравнение Бюргера и преобразование Коула-Хопфа (двумерная задача).

Томаева Маргарита

Форова Светлана

Ставропольский Государственный Университет

Игропуло Виталий Стилианович, к.ф.-м.н.

annblack@yandex.ru

Несколько последних десятилетий усилия теоретиков сосредоточены на разработке нелинейных математических моделей задач различной природы. Вместе с тем, следует признать, что нелинейные проблемы с начальными данными в основном ещё не изучены. Установлено и, в ряде случаев, доказано достаточно строго, что линейные модели являются частными случаями нелинейных или превращаются в нелинейные, если учитываются все взаимосвязи.[1]

Рассмотрим слабо неустойчивое течение несжимаемой вязкой жидкости. Это течение является более гладким и простым, чем хаотическое турбулентное течение, и в то же время обладает свойствами неустойчивости и непредсказуемости; течение – это говоря иначе, баланс между устойчивым потоком энергии от некоторого внешнего источника и её диссипацией за счет вязкого трения. Математической моделью такого течения, охватывающей широкий круг явлений (так называемые задачи Пуазейля, Куэтта, Бенара, Кармана, Блаузиуса, Марантини и др.) являются уравнения Навье-Стокса, которые в переменных полях скоростей жидкости $\vec{u}(\vec{x}, t)$ и поля её давлений $p(\vec{x}, t)$ имеют вид (плотность принята равной единице)

$$\vec{u}_t + (\vec{u} \vec{\nabla}) \vec{u} + \nu \vec{\nabla}^2 \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \vec{u} = 0 \quad (2)$$

Лоренц показал, что, производя специальную редукцию системы (1)-(2), можно получить нелинейную систему всего лишь с тремя переменными [2]. Причем «редуцированная» нелинейная модель сохраняет характерные особенности исходной системы. Мы рассматривали случай двумерного процесса переноса (импульса, энергии, массы, информации и др.), причем в механизме переноса имеются конвективная q_k и диффузионная q_q составляющие. Для этого в «законе сохранения»

$$\vec{u}_t + \vec{q}_r = 0 \quad (3)$$

положим

$$\vec{q}(\vec{u}, \vec{u}_r) = a\vec{u} + \frac{1}{2}b\vec{u}^2 - c\vec{u}_r \quad (4)$$

где через u_r ($a, b, c > 0 - \text{const}$) обозначена производная по координатным переменным. Считая двумерную среду однородной и изотропной и предполагая, что источник (массы, энергии, импульса, информации и пр.) является точечным, вводим полярную систему координат. Выполняя некоторые преобразования и считая, что в среде отсутствует «направленность» излучения источника, получили двумерное нелинейное уравнение Бюргера для радиальной составляющей искомой функции $u(\rho, t)$:

$$u_t + uu_p = \nu u_{pp}, \nu = \text{const} > 0 \quad (5)$$

С помощью специального преобразования нелинейное уравнение Бюргера может быть сведено к линейному уравнению теплопроводности, подробнее проблема описана

в [3]. Производя обобщение этого преобразования на случай двумерной изотропной системы, находим, что с помощью замены

$$u(r,t) = -\frac{2\nu}{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial r} \equiv -2\nu \frac{\partial}{\partial r} \ln \xi \quad (6)$$

можно получить из уравнения (5) линейное уравнение теплопроводности:

$$\xi_t = \nu \xi_{rr} \quad (7)$$

Каждое решение $\xi(r,t)$ линейного уравнения теплопроводности (7) порождает решение $u(r,t)$ нелинейного уравнения Бюргерса (5).

Выберем начальное условие для уравнения (7) в виде

$$\xi(r,0) = \Phi(r) = \exp \left[-\frac{1}{2\nu} \int_0^r F(\eta) d\eta \right] \quad (8)$$

тогда соответствующее начальное условие для уравнения (5) будет иметь вид

$$u(r,0) = F(r), 0 \leq r \leq \infty \quad (9)$$

Находим для $u(r,t)$ после учета (6) следующее выражение

$$u(r,t) = \frac{\int_0^\infty \frac{r-\varepsilon}{t} \exp(-\frac{B}{2\nu}) d\varepsilon}{\int_0^\infty \exp(-\frac{B}{2\nu}) d\varepsilon} \quad (10)$$

$$\text{где } B(\varepsilon, r, t) = \int_0^\varepsilon F(\eta) d\eta + \frac{(r-\varepsilon)^2}{2t}.$$

Итак, используя преобразование Коула-Хопфа, в настоящей работе получено нестационарное решение нелинейного уравнения Бюргерса (то есть редуцированных уравнений Навье-Стокса), удовлетворяющее при $t=0$ начальному условию (9). Это решение является математической моделью профиля нестационарной волны, распространение которой обусловлено механизмам конвективного переноса (импульса, энергии, массы, информационного сигнала и др.) и диффузией.

Список публикаций:

- [1] Л.А. Тахтаджян, Л.Д. Фадеев. Гамильтонов подход в теории солитонов. Наука. М., 1986.
 В.В. Веденянин. Кинетические уравнения Больцмана и Власова. Физматлит. М., 2001.
 [2] Странные аттракторы. - М.: Мир, 1981, с.88-116.
 [3] М. Абловиц, Х. Сигур. Солитоны и метод обратной задачи. МИР, М., 1987

Исследование температурных полей в трехслойной среде при воздействии электромагнитного поля

Филиппов Владимир Михайлович

Филиппов Александр Иванович

Стерлитамакский Государственный Педагогический Институт

Филиппов Александр Иванович, д.т.н.

fvovam@rambler.ru

Рассматривается задача о температурном поле, инициированном излучением диполя в слоистой среде представленной тремя областями с плоскими параллельными

границами раздела, что соответствует электромагнитному воздействию на нефтегазовые пласты. Первая область ($z < h$) непроницаема и имеет теплопроводность λ_1 , плотность ρ_1 , удельную теплоемкость c_1 , диэлектрическую проницаемость ε_1 , магнитную проницаемость μ_1 , электропроводность σ_1 вторая область ($z < -h$) также непроницаема и характеризуется следующими параметрами $\lambda_2, \rho_2, c_2, \varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ - соответственно. В пористой средней области $\lambda, \rho, c, \varepsilon, \mu, \sigma$ толщины $2h$, находится точечный диполь, излучающий гармонические электромагнитные волны; предполагается, что ее электропроводность во много раз меньше электропроводности окружающей среды, в отсутствие электромагнитных полей и на бесконечности температурных возмущений нет.

Задача состоит из двух частей: 1) вычисление электромагнитных полей в пласте, возникающим излучением диполя; 2) нахождение температурных полей, обусловленным диссипацией электромагнитных волн.

Математическая постановка задачи в нулевом приближении состоит из уравнения теплопроводности для каждой области, граничных и начальных условий:

$$\frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial t} - \frac{a_{r1}}{a_{z1}r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial r} \right) - \frac{\partial^2 T_1^{(0)}}{\partial z^2} = 0, \quad z > 1, r > 0, t > 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial T_2^{(0)}}{\partial t} - \frac{a_{r2}}{a_{z1}r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_2^{(0)}}{\partial r} \right) - \frac{a_{z2}}{a_{z1}} \frac{\partial^2 T_2^{(0)}}{\partial z^2} = 0, \quad z < -1, r > 0, t > 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial T^{(0)}}{\partial t} - \frac{a_r}{a_{z1}r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{(0)}}{\partial r} \right) - \frac{\chi}{2} \left(\frac{\partial T_1^{(0)}}{\partial z} \Big|_{z=1} - \frac{\lambda_{z2}}{\lambda_{z1}} \frac{\partial T_2^{(0)}}{\partial z} \Big|_{z=-1} \right) = \frac{\chi}{2} \int_{-1}^1 f(r, z') dz' \quad (3)$$

$$|z| < 1, r > 0, t > 0;$$

$$T_1^{(0)}|_{z=1} = T^{(0)}|_{z=1}, T_2^{(0)}|_{z=-1} = T^{(0)}|_{z=-1}; T^{(0)}|_{t=0} = T_1^{(0)}|_{t=0} = T_2^{(0)}|_{t=0} = 0; \quad (5)$$

Построены аналитические решения описывающие температурные поля, обусловленные излучением диполя в указанной геометрии в предположении аксиальной симметрии. Решение температурной задачи получено на основе асимптотического и операционного методов. Общее решение задачи представлено сложными выражениями; решение температурной задачи в нулевом приближении в безразмерных координатах без учета радиальной составляющей имеет вид:

$$T^{(0)} = \frac{\chi}{2} \int_{-1}^1 f(r, z') dz' \times \left[2\sqrt{\frac{t}{\pi}} - \frac{1}{\Lambda_1} (1 - \exp(\Lambda_1^2 t) \operatorname{erfc}(\Lambda_1 \sqrt{t})) \right], \quad |z| < 1, t > 0; \quad (6)$$

$$T_1^{(0)} = \frac{\chi}{2} \int_{-1}^1 f(r', z') dz' \left[2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{(z-1)^2}{4t}\right) - \sqrt{(z-1)^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{(z-1)^2}{t}}\right) - \frac{1}{\Lambda_1} \operatorname{erfc}\left(\frac{(z-1)}{2\sqrt{t}}\right) + \frac{1}{\Lambda_1} \exp(\Lambda_1(z-1) + \Lambda_1^2 t) \operatorname{erfc}\left(\frac{(z-1)}{2\sqrt{t}} + \Lambda_1 \sqrt{t}\right) \right], \quad z > 1, t > 0; \quad (7)$$

$$T_2^{(0)} = \frac{\chi}{2} \int_{-1}^1 f(r', z') dz' \left[2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \exp\left(-\frac{a_{z1}(z+1)^2}{a_{z2}4t}\right) - \frac{a_{z1}}{a_{z2}}(z+1)^2 \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_{z1}(z+1)^2}{t}}\right) - \frac{1}{A_1} \operatorname{erfc}\left(\frac{-\sqrt{\frac{a_{z1}}{a_{z2}}}(z+1)}{2\sqrt{t}}\right) + \frac{1}{A_1} \exp\left(-A_1\sqrt{\frac{a_{z1}}{a_{z2}}}(z+1) + A_1^2 t\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{-\sqrt{\frac{a_{z1}}{a_{z2}}}(z+1)}{2\sqrt{t}} + A_1\sqrt{t}\right) \right] \quad (8)$$

$z < -1, t > 0.$

где $A_1 = \frac{\chi}{2} \left(1 + \frac{\lambda_{z2}}{\lambda_{z1}} \sqrt{\frac{a_{z1}}{a_{z2}}} \right), f(r, z) = \frac{\sigma E(r, z)^2 h^2}{c_n a_{z1} T_0}.$

На основе полученных решений произведены расчеты пространственно - временных распределений температуры и дан их анализ.

Список публикаций:

- [1]. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М., 1966 г. – 724 с.
- [2]. Виноградова М. Б., Руденко О.В., Сухоруков А. П. Теория волн. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979.-687 с.
- [3]. Диткин В. А., Прудников А. П. Справочник по операционному исчислению. – М. Высшая школа, - 1965.-466 с.
- [4]. Филиппов А. И., Фридман А. А., Девяткин Е. М. Баротермический эффект при фильтрации газированной жидкости. – Стерлитамак, 2000.

Нелинейное уравнение Шредингера и его эталонная модель

Чёрная Анна Владимировна

Ставропольский Государственный Университет

Игропуло Виталий Стилианович, к.ф.-м.н.

annblack@yandex.ru

В современной теоретической физике сложилась большая область, связанная с теорией интегрируемых нелинейных эволюционных уравнений в двумерном пространстве – времени. В работе [1] была предложена замена переменных нелинейного вида, которая позволила свести нелинейное уравнение Кортевега - де Фриза к линейному. Подход, предложенный в работе [1] получил существенное развитие в работах Шабата, Захарова, Лакса и сложился в формализм, использующий прямую и обратную задачи рассеяния для одномерного уравнения Шредингера. Одно из самых плодотворных направлений исследований – изучение возможностей модели нелинейного уравнения Шредингера (НУШ):

$$i\psi(t) = -\psi_{xx} + 2\varepsilon f(\psi)\psi \quad (1)$$

где $f(\psi)$ – нелинейная функция (в частности $f(\psi) = |\psi|^2$). Начальное условие

$$\psi(x, t)|_{t \rightarrow 0} = \psi(x) \quad (2)$$

В уравнении (1) $\psi(x)$ – функция, имеющая комплексные значения, ε – константа связи, $-\infty < x < \infty$.

Наиболее важные и значительные успехи достигнуты с помощью уравнения (1) в нелинейной оптике. Для полноты постановки задачи необходимы граничные условия, которые обычно ставятся одним из 3 способов:

1. Быстроубывающий случай.

$$\psi(x, t) \rightarrow 0 \text{ при } x \rightarrow \infty \quad (3),$$

где ψ – бесконечно дифференцируемая и убывает вместе со своими производными при $|x| \rightarrow \infty$ быстрее любой степени $|x|^{-1}$.

2. Случай конечной плотности.

При этом считается, что

$$\psi(x, t) \rightarrow \rho \exp[i\varphi_{\pm}(t)] \text{ при } |x| \rightarrow \infty \quad (4),$$

где $\rho > 0$, $0 < \varphi_{\pm} < 2\pi$.

Величина ρ^2 играет роль плотности, φ_{\pm} называется асимптотическими фазами.

3. Квазипериодические граничные условия.

Предполагая, что Ψ – гладкая функция, удовлетворяющая условию

$$\Psi(x + 2L, t) = \exp(i\theta)\Psi(x, t) \quad (5),$$

где $0 \leq \theta < 2\pi$ и θ не зависит от t . В этом случае достаточно исследовать уравнение (1) в области группы сдвигов, порождаемых преобразованием $x \rightarrow x + 2l$.

Уравнение (1) вместе с граничными условиями определяет комплекс динамических систем, который можно назвать моделями нелинейного уравнения Шредингера с функцией нелинейности, которое во многих случаях оказывается намного проще и фундаментальнее уравнения Кортевега – де Фриза.

Полученные нами результаты применимы для описания динамики НУШ (1) в быстроубывающем случае. Динамика коэффициентов перехода и дискретного спектра вспомогательной линейной задачи задается формулами

$$b(\lambda, t) = \exp(-i\lambda^2 t)b(\lambda), \lambda_j = \lambda_j(t) \quad (6)$$

$$r_j(t) = \exp(-i\lambda_j^2 t)r_j, j = 1, \dots, n \quad (7)$$

Здесь $b(\lambda), \lambda_j, r_j$ получаются из начальных данных $\Psi(x)$ задачи (1)-(2) с помощью отображения F.

Список публикаций:

[1] Калоджеро Ф., Дегасперис А. Спектральные преобразования и солитоны. Мир. М., 1985

[2] Кулаков А., В., Румянцев А., А. Введение в физику нелинейных процессов. Наука. М., 1988

Исследование фазового сдвига при взаимодействии солитонов

Чулков Андрей Сергеевич

Ставропольский Государственный Университет

Каплан Лев Григорьевич, д.ф-м.н.

chas@s-service.ru

В работе исследовано возникновение фазового сдвига при взаимодействии двух и трех солитонов. Сделаны следующие общие допущения:

1. После процесса взаимодействия общая структура каждого из солитонов сохраняется.

2. При раздельном существовании солитонов и их взаимодействии не происходит рассеяния массы и количества движения в свободное пространство.

Используя сделанные допущения можно построить следующую модель взаимодействия:

Примем, что солитоны смещаются по оси x в положительном направлении со скоростями v_i . Для оценки инерции солитона как частицы вводим массу m_i . Этому физическому параметру соответствует избыток массы в объеме области локализации процесса для солитона в сплошной жидкой среде.

По итогам работы можно сделать следующие выводы.

1. Показано, что так как в процессе взаимодействия и после него суммарные параметры m_Σ, K_Σ, v_i остаются неизменными, возможными являются только зависимые изменения координат солитонов, причем эти изменения (фазовые сдвиги) обратно пропорциональны массам.

2. С помощью метода Хироты получено трех солитонное решение для уравнения КДФ (1).

$$u = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \log f(x, t),$$
$$f = 1 + \exp \theta_1 + \exp \theta_2 + \exp \theta_3 + A_{12} \exp(\theta_1 + \theta_2) + A_{13} \exp(\theta_1 + \theta_3) + A_{32} \exp(\theta_3 + \theta_2) + A_{12} A_{13} A_{32} \exp(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3), \quad (1)$$
$$A_{ij} = \left(\frac{a_i - a_j}{a_i + a_j} \right).$$

С использованием системы Maple VII нами проведено компьютерное моделирование процесса взаимодействия солитонов и получена визуализация этого процесса. При этом за основу принята формула (1). Траектории максимумов солитонов на рис. 1 отчетливо иллюстрируют полученный результат.

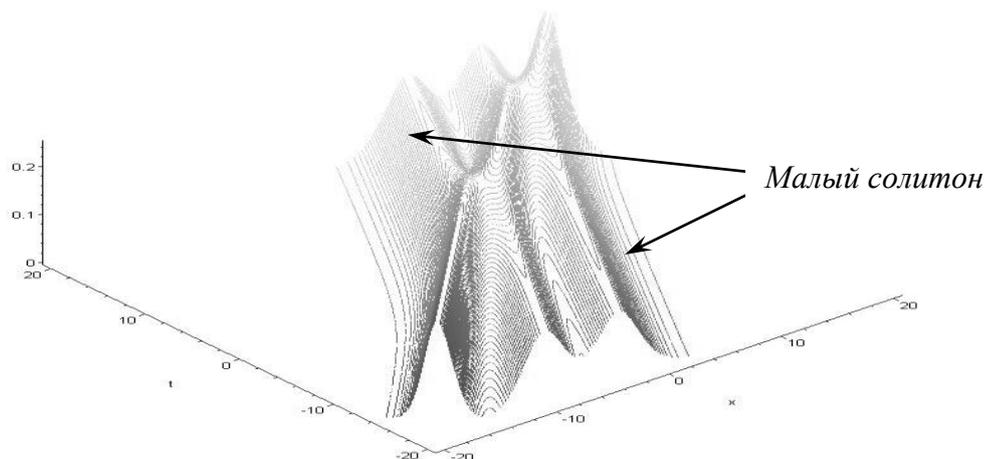


Рис. 1

3. Также из анимационного представления видно, что «импульс» от малого солитона передается моментально «к левой границе» большего солитона, (особенно это заметно если два малых солитона близки по амплитудам, то есть по массам Рис.1), «не успев» провзаимодействовать со вторым, немного превосходящем его по амплитуде солитоном.

4. Произведен анализ волновых сдвигов трех солитонного решения, при условии, что все три волны движутся в положительном направлении оси Ox . Как он показал, что два больших солитона идущих первоначально перед малым (если волны сравнимы по амплитудам) после взаимодействия с ним и между собой (взаимодействие происходит одновременно) сдвигаются в положительную сторону от направления движения, а малый (как уже сказано, сдвиги пропорциональны массам) смещается в отрицательную сторону. Если малый солитон не сравним по массе с двумя большими, то происходит сдвиг первого и второго солитона в отрицательную сторону, а третий, в положительную.

Дискретные отображения как средство описания пространственного детерминированного хаоса

Шергин Денис Александрович

Томский государственный университет

Измайлов Игорь Валерьевич, к.ф.-м.н.

Пойзнер Борис Николаевич, к.ф.-м.н.

diesel@public.tsu.ru

Некоторые понятия. Как известно, генерирование хаотических процессов в детерминированных нелинейных диссипативных системах обусловлено не большим количеством степеней свободы и не флуктуациями, а экспоненциальной неустойчивостью режимов, порождающей чувствительную зависимость от точности задания начального состояния системы. Известно, что для возникновения детерминированного хаоса (ДХ) необходимым условием является размерность

фазового пространства $N \geq 3$. Обычно делают акцент на том, что ДХ не есть случайный процесс в традиционном понимании, поскольку в нём скрыт весьма сложный порядок (детерминированность), хотя он характеризуется слабой предсказуемостью.

В рамках теоретического изучения детерминированного хаоса можно выделить три ветви: исследование временного хаоса (динамического), пространственно-временного (турбулентность) и чисто пространственного. Задачами, связанными с явлением временного хаоса, традиционно занимается, например, радиоэлектроника. Турбулентность проявляется в системах различной природы и рассматривается в рамках соответствующих специализированных отраслей науки. А вот явление пространственного хаоса характерно для оптических систем (где аналогами всевозможных процессов, идущих во времени, являются пространственные распределения некоторых физических величин) и до сих пор недостаточно изучено.

Обращение к пространственному детерминированному хаосу (ПДХ) выглядит перспективным в силу нескольких причин. Если коснуться проблемы передачи и обработки информации, то оптические методы в этом аспекте имеют ряд преимуществ. Во-первых, частота света на порядки выше используемых в настоящий момент в вычислительной технике электрических сигналов, что автоматически позволяет увеличить скорость обработки информации. Явление ПДХ может оказаться полезным, чтобы осуществлять хранение информации в зашифрованном виде. Во-вторых, информация может кодироваться частотой, фазой, характером поляризации, направлением распространения световой волны, что недостижимо в радиодиапазоне, где, в основном, происходит манипулирование частотой, фазой и амплитудой.

Постановка задачи. Для исследования турбулентности и динамического (временного) хаоса разработан ряд эффективных методов, в частности - аппарат дискретных отображений. Поэтому и для изучения ПДХ желательно использовать накопленный методический опыт. Однако это не является тривиальной задачей. Поэтому целью работы, освещаемой в докладе, является попытка описать ПДХ на языке дискретных отображений.

Исходное эволюционное уравнение. В качестве системы, в модели которой возможен режим ПДХ, выбран нелинейный кольцевой интерферометр (НКИ), экспериментально исследовавшийся С.А. Ахмановым и М.А. Воронцовым. Модифицированная модель динамики нелинейного фазового набег в НКИ имеет вид

$$\tau_{n_i} \frac{dU_i(t)}{dt} = -U_i(t) + f_i, \quad (1)$$

$$f_i \equiv f_i(t) = Kab_{i,i}(t) + pKab_{i-1,i}(t-\tau) + \left[\frac{\gamma_{i-1}(t)}{\sigma} \right] \times \\ \times \left\{ Ka_{i,i-1}(t, t-\tau) \cos[(1+q)\omega\tau + \varphi_i(t) - \varphi_{i-1}(t-\tau) + \psi_i(t) - \psi_{i-1}(t-\tau)] + \right. \\ \left. + Kb_{i,i-1}(t, t-\tau) \cos[(1-q)\omega\tau + \varphi_i(t) - \varphi_{i-1}(t-\tau) + \psi_i(t) - \psi_{i-1}(t-\tau)] \right\}, \quad (2)$$

где величина запаздывания $\tau \equiv \frac{\tau_{i-1}(t) = t_{e_{i-1}}(t) + U_{i-1}(t - t_{0_{i-1}}(t))}{\omega}$,

характеристика потерь $\gamma_{i-1}(t) \equiv 2RK_{i-1}(t)C_{n_{i-1}}$, $p=0$ в случае приближения больших потерь, но $p = [\gamma_{i-1}(t)/\sigma/2]^2$, в случае приближения однопроходности; $Kab_{i,j}(t) \equiv (1-R) \text{ an } n_{2i}lk [a_i^2(t) + b_i^2(t)]$, $Ka_{i,i-1}(t, t-\tau) \equiv (1-R) \text{ an } n_{2i}lk a_i(t)a_{i-1}(t-\tau)$, $Kb_{i,i-1}(t, t-\tau) \equiv (1-R) \text{ an } n_{2i}lk b_i(t)b_{i-1}(t-\tau)$.

Понятие дискретных отображений. Как известно, динамические системы можно описывать с помощью эволюционных дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dq(t)}{dt} = N(q(t)). \quad (3)$$

Если аргумент t принимает непрерывно распределенные значения, то для того, чтобы иметь информацию о переменной q при произвольном t , необходимо располагать бесконечным континуумом данных, что нереально. Для разрешения подобной ситуации можно, например, искать состояния, в которых переменная q не зависит от t либо пытаться свести вектор q к аналитически замкнутому виду.

Однако возможен другой способ обойти затруднительную ситуацию: рассматривать значения вектора q только при определенных значениях параметра $t[n]$, образующих дискретную последовательность. В таком случае эволюционное дифференциальное уравнение перейдет в соответствующую систему разностных, т.е. алгебраических, уравнений. В результате получаем рекуррентное соотношение типа

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad (4)$$

где $x_n, n=1,2,\dots$ - векторы в M -мерном пространстве. Вектор-функция f может зависеть от управляющих параметров. Изменяя их, можно следить за изменением "дискретной динамики" x_n . При этом в широком классе таких качественных изменений может быть усмотрена аналогия с неравновесными фазовыми переходами, рассматриваемыми с помощью традиционных эволюционных уравнений типа (3).

Описание режима ПДХ в модели НКИ на языке дискретных отображений.

$$\tau_n \frac{\partial U_i}{\partial t} = -U_i(t) + f(U_{i-1}(t'), t'); \quad (5)$$

С учетом того, что ПДХ – в отличие от временного детерминированного хаоса – носит статический характер, можно придти к рекуррентному соотношению

$$U_i(t) = f(U_{i-1}(t'), t'). \quad (6)$$

где f – “дискретный” эквивалент функции (2), отражающей физические процессы в НКИ. Дискретное отображение (6) служит основой для исследования ПДХ в модели НКИ с привлечением и/или модификацией известных методов, развитых для изучения моделей типа (3). Например, следует получить и проанализировать спектр ляпуновских характеристических показателей.